

ЛЕКЦИЯ 7. НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ МАШИН.

Современные машины способны передавать большие нагрузки, и они движутся с большими скоростями. Результатом этого являются вибрации, удары и другие следствия динамических явлений. Как свидетельствует практика, величина динамических сил оказывается соизмеримой с силами статическими, а в некоторых случаях и значительно большими их. В настоящее время определение динамических нагрузок при создании машины и, особенно, при ее доработке, считается необходимыми.

7.1. Метод решения задач динамики

Отличительная особенность динамических расчетов заключается в том, что во всем предыдущем изложении методов расчета машин мы исходили из того, что рассматриваемые части машины являются абсолютно жесткими и недеформируемыми. Реальные детали машин под действием приложенных сил деформируются. Эти деформации различны у различных частей машины, поскольку детали имеют различные размеры, форму и массы, да и силы, действующие на разные детали машины различны. Все это приводит к тому, что на детали и машину в целом действуют периодические силы, которые являются причиной вибрации машины и ее частей. В ряде практически важных случаях эти вибрации нежелательны или даже недопустимы.

Чтобы описать эти колебательные движения необходимо для каждой детали машины учесть действующую на нее силу инерции. В такой постановке задача является очень громоздкой и практически неразрешимой. Чтобы упростить эту задачу прибегают к приближенному решению, когда машину или исследуемый узел представляют в виде недеформируемых масс, соединенных упругими элементами, массами которых можно пренебречь. Например, если исследуются вибрации двухступенчатого редуктора, в котором есть валы и зубчатые колеса (рис. 7.1), то естественно обратить внимание, что валы обладают по сравнению с большими зубчатыми колесами маленьким моментом инерции, но большой податливостью. Поэтому динамическую модель этого редуктора можно представить в виде, показанном на рис.7.1,а, где 1,2,3 - упругие элементы, соответствующие валам 1,2,3 редуктора, а 4 и 5 - сосредоточенные массы, соответствующие зубчатым колесам 4 и 5.

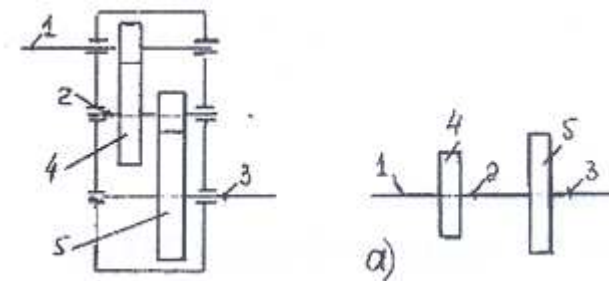


Рис.7.1

В зависимости от числа масс в динамической модели различают одно-, двух- и т.д. массовые модели.

При решении этих задач применяется метод кинестатики, который состоит в том, что рассматривается равнодействующая F всех внешних сил, действующих на движущееся тело, и к нему прибавляется фиктивная сила инерции $F_{II} = -ma$, где m – масса и a – ускорение движения тела; знак «-» означает, что сила инерции направлена против ускорения. Добавлением силы F_{II} мы свели настоящую задачу к задаче о равновесии в состоянии покоя всех сил, действующих на тело.

Таким образом, на тело, кроме внешней силы F , действуют против внешних сил, в общем случае, следующие силы:

сила инерции

$$F_{II} = -mx'',$$

сила упругого сопротивления $F_1 = cx$

и сила вязкого сопротивления $F_2 = \alpha x'$,

где x, x', x'' – упругое перемещение, скорость этого перемещения (то есть первая производная от перемещения по времени) и ускорение этого перемещения (то есть вторая производная от перемещения по времени);

c и α – коэффициенты.

После несложных преобразований и некоторых допущений получаем уравнение

$$x'' + px' + qx = R \quad (7.1)$$

Где $p = \frac{\alpha}{m}$, $q = \frac{c}{m}$ и $R = \frac{F}{m}$ – коэффициенты.

Уравнение (7.1) является линейным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами.

В дальнейшем ограничимся решением только тех задач, которые описываются уравнением (7.1).

Если в уравнении (7.1) $R = 0$, то оно называется однородным. Его решение ищется в виде

$$x_1 = e^{rt}, \quad (7.2)$$

где e – основание натуральных логарифмов, $e = 2,718$,

r – постоянная.

Дифференцируем (7.2) дважды по времени и получаем

$$x_1' = re^{rt} \text{ и } x_1'' = r^2 e^{rt}.$$

Подставляем полученные производные в однородное уравнение, т.е. в (7.1) при $R = 0$. Получаем уравнение

$$r^2 + pr + q = 0 \quad (7.3)$$

которое называется характеристическим.

Решение квадратного уравнения (7.3) дает два значения числа r ($r_1; r_2$). Эти решения называются частными решениями.

Из теории дифференциальных уравнений известно, во-первых, что сумма частных решений дифференциального уравнения также является его частным решением.

И, во-вторых, известно, что одно дифференциальное уравнение описывает множество аналогичных по физической сущности явлений, которые отличаются только начальными условиями; число начальных условий равно порядку дифференциального уравнения.

Решение дифференциального уравнения, в котором эти начальные условия конкретно не определены называется общим решением. Оно, в соответствии с изложенным выше, для уравнения (7.1) при $R = 0$ имеет вид

$$x_1 = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t}, \quad (7.4)$$

где C_1 и C_2 – постоянные, определяемые из начальных условий.

Отметим, что решение характеристического уравнения (7.3) приводит зачастую к комплексным корням

$$r_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \beta i,$$

где $\beta = \sqrt{q - \left(\frac{p}{2}\right)^2}$,

(7.5)

p и q - см. уравнение (7.1). i - мнимая единица.

Тогда для комплексных чисел $e^{r_1 t}$ и $e^{r_2 t}$ применяют формулы Эйлера:

$$\begin{aligned} e^{r_1 t} &= e^{\left(-\frac{p}{2} + \beta i\right)t} = e^{-\frac{p}{2}t} \left[1 + \frac{1}{1!} \beta t i + \frac{1}{2!} (\beta t)^2 i^2 + \frac{1}{3!} (\beta t)^3 i^3 + \dots \right] = \\ &= e^{-\frac{p}{2}t} \left[1 + \frac{1}{1!} \beta t i - \frac{1}{2!} (\beta t)^2 - \frac{1}{3!} (\beta t)^3 i + \frac{1}{4!} (\beta t)^4 + \dots \right]. \end{aligned}$$

Однако

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{2!} (\beta t)^2 + \frac{1}{4!} (\beta t)^4 - \frac{1}{6!} (\beta t)^6 + \dots &= \cos \beta t; \\ i \left[\frac{1}{1!} \beta t - \frac{1}{3!} (\beta t)^3 + \frac{1}{5!} (\beta t)^5 - \frac{1}{7!} (\beta t)^7 + \dots \right] &= i \sin \beta t. \end{aligned}$$

Тогда

$$e^{r_1 t} = e^{-\frac{p}{2}t} (\cos \beta t + i \sin \beta t).$$

и аналогично

$$e^{r_2 t} = e^{-\frac{p}{2}t} (\cos \beta t - i \sin \beta t).$$

(7.6)

Решение (7.4), где $e^{r_1 t}$ и $e^{r_2 t}$ берутся из (7.6), справедливо при любых C_1 и C_2 .

Положим

сначала $C_1 = C_2 = 1/2$ и вычислим одно частное решение x_1 из (7.4) с учетом (7.6)

$$x_1 = \frac{1}{2} e^{-\frac{p}{2}t} 2 \cos \beta t = e^{-\frac{p}{2}t} \cos \beta t. \quad (7.7)$$

После этого положим $C_1 = C_2 = i/2$ и аналогично вычислим второе частное решение x_1

$$x_1 = e^{-\frac{p}{2}t} \sin \beta t. \quad (7.8)$$

Непосредственным вычислением можно убедиться, что формулами (7.7) и (7.8) определяются два независимых частных решения уравнения (7.1). Поэтому по аналогии с (7.4) можно записать общее решение однородного уравнения, т.е. уравнения (7.1) при $R = 0$ для случая, когда корни характеристического уравнения (7.3) есть комплексные числа:

$$x_1 = e^{-\frac{p}{2}t} (C_1 \cos \beta t + C_2 \sin \beta t). \quad (7.9)$$

Если перейти к переменным

$$C_1 = a \sin \varphi, \quad C_2 = a \cos \varphi \quad (7.10)$$

где a и φ - некоторые постоянные,
то получим

$$x_1 = a.e^{-\frac{p}{2}t} \sin(\beta t + \varphi). \quad (7.11)$$

Величина $e^{-\frac{p}{2}t}$ учитывает уменьшение амплитуды колебаний вследствие трения, то есть учитывает влияние второго члена в уравнении (7.1). Без учета трения, то есть без учета второго члена в (7.1), колебания являются гармоническими (Рис. 7.2)

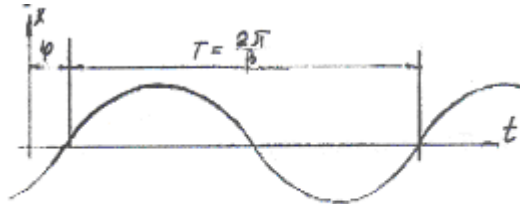


Рис. 7.2

Промежуток времени T , за который величина

$$\beta t = 2\pi$$

называется периодом колебаний.

$$T = 2\pi / \beta$$

Частотой колебаний называется число колебаний за время 2π . В данном случае частота колебаний равна β . Поскольку формула (7.11) описывает свободные колебания, то β также называют частотой свободных колебаний или собственной частотой колебаний.

a - амплитуда свободных колебаний;

φ - начальная фаза свободных колебаний.

В соответствии с теорией дифференциальных уравнений общее решение уравнение (7.1) при $R \neq 0$, т.е. неоднородного линейного дифференциального уравнения, записывается в виде

$$x = x_1 + f(x), \quad (7.12)$$

где x_1 - общее решение однородного дифференциального уравнения в виде (7.4) или (7.11) в

зависимости от того, каковы корни характеристического уравнения (7.3),

$f(x)$ - какое - то частное решение уравнения (7.1).

Во многих случаях функция R описывает гармонические колебания; тогда можно записать

$$R(x) = h \sin(kt + \delta), \quad (7.13)$$

где h - некоторая постоянная,

k - круговая частота внешней силы, действующая на рассматриваемую массу,

δ - начальная фаза действия силы.

Тогда частное решение $f(x)$ уравнения (7.1) предлагается искать в виде

$$f(x) = B \sin(kt + \delta - \varepsilon), \quad (7.14)$$

где B - постоянная.

ε - начальная фаза в частном решении.

Найдем постоянную B . Для этого продифференцируем (7.14) дважды по времени и подставим полученные производные в уравнение (7.1). Мы имеем право это делать поскольку $f(x)$ есть решение уравнения (7.1)

$$f'(x) = kB \cos(kt + \delta - \varepsilon); \quad f''(x) = -k^2 B \sin(kt + \delta - \varepsilon) \\ -k^2 B \sin(kt + \delta - \varepsilon) + pkB \cos(kt + \delta - \varepsilon) + qB \sin(kt + \delta - \varepsilon) = h \sin(kt + \delta). \quad (7.15)$$

Преобразуем правую часть уравнения (7.15)

$$h \sin(kt + \delta) = h \sin(kt + \delta - \varepsilon + \varepsilon) = \\ = h \cos \varepsilon \cdot \sin(kt + \delta - \varepsilon) + h \sin \varepsilon \cdot \cos(kt + \delta - \varepsilon). \quad (7.16)$$

Теперь преобразуем уравнение (7.15) с учетом (7.16)

$$(qB - Bk^2 - h \cos \varepsilon) \sin(kt + \delta - \varepsilon) + (Bpk - h \sin \varepsilon) \cos(kt + \delta - \varepsilon) = 0.$$

Последнее равенство обращается в тождество, если

$$B(q - k^2) = h \cos \varepsilon; \quad (7.17)$$

$$Bpk = h \sin \varepsilon.$$

Возведем оба уравнения в (7.17) в квадрат и сложим

$$B^2((q - k^2)^2 + (pk)^2) = h^2.$$

Откуда

$$B = \frac{h}{\sqrt{(q - k^2)^2 + (pk)^2}}. \quad (7.18)$$

Разделим одно уравнение на другое в (7.17) и получаем

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{pk}{q - k^2}. \quad (7.19)$$

Теперь общее решение уравнения (7.1) записывается в виде

$$x = x_1 + \frac{h}{\sqrt{(q - k^2)^2 + (pk)^2}} \cdot \sin(kt + \delta - \varepsilon) \quad (7.20)$$

где x_1 - общее решение однородного дифференциального уравнения в виде (7.4), либо (7.9), либо (7.11).

7.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ СИЛ ПРИ РАЗГОНЕ И ТОРМОЖЕНИИ МАШИНЫ

Первая задача, которую мы здесь рассмотрим не связана с определением параметров вибраций.

К одномассовой модели приводится задача об определении моментов сил, действующих на тот или иной рассматриваемый вал машины. Типичным примером такой задачи является задача об определении мощности двигателя механизма подъема грузоподъемной машины. Поскольку в грузоподъемных машинах тормоз устанавливают на вал электродвигателя или в непосредственной близости к нему (почему это делается будет ясно из дальнейшего), то данные о потребной мощности электродвигателя используются и для расчета тормоза. Механизм подъема грузоподъемной машины является механизмом с одной степенью подвижности и состоит из приводного электродвигателя 1 (рис.7.3) нескольких ступеней передач 2 и барабана 3 на который наматывается канат, связанный с поднимаемым грузом. Обычно, для того, чтобы уменьшить натяжение каната и увеличить скорость его намотки (что дает выигрыш в устройстве механизма), применяют полиспаст. В этом случае груз подвешен не непосредственно к канату, а к траверсе 4, которая несет несколько блоков 5. Эти блоки 5 при подъеме или опускании груза движутся вместе с траверсой 4 и потому называются подвижными. (На рис.9.3 показано два подвижных блока 5). Имеется еще неподвижные блоки 6, оси которых закреплены на раме машины (на рис.7.3 приведен один неподвижный блок 6). Канат одним концом закреплен на раме машины, огибает подвижные и неподвижные блоки и другим концом закреплен на барабане. Эта система подвижных и неподвижных блоков, охватываемая одним канатом, и называется полиспастом. Характеристикой полиспаста является его кратность I и к.п.д. Кратностью полиспаста называется отношение числа ветвей каната, на которых висит груз, к числу ветвей каната, которые наматываются на барабан. (Так, на рис.7.3 изображен четырехкратный полиспаст).

При установившемся движении скорости всех частей машины постоянны и, значит, их ускорения равны нулю. Тогда мощность, которую должен развивать двигатель, равна сумме мощностей внешних сил

сопротивления, приложенных к машине, и мощностью сил трения. Это утверждение следует из того факта, что сумма работ всех сил, приложенных к машине, равна нулю. В рассматриваемом случае внешней силой сопротивления является только сила тяжести груза. Что касается учета мощности сил трения, то ее предлагается определять с помощью к.п.д. механизма.

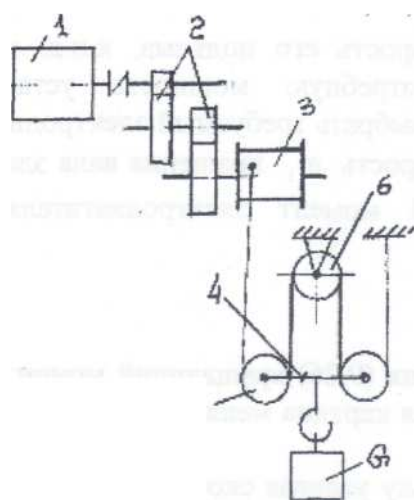


Рис.7.3

Действительно, пусть известна мощность сил полезного сопротивления механизма $N_{\text{п}}$ и требуется найти мощность сил движущих $N_{\text{д}}$ с учетом мощности сил трения $N_{\text{т}}$. Тогда справедливо следующее уравнение

$$N_{\text{д}} = N_{\text{п}} + N_{\text{т}}, \quad (7.21)$$

Положим $N_{\text{т}} = \zeta N_{\text{п}}, \quad (7.22)$

где ζ - некоторый коэффициент, $\zeta < 1$.

Тогда $N_{\text{д}} = (1 + \zeta) N_{\text{п}} \quad (7.23)$

Разделим обе части равенства (7.23) на $N_{\text{д}}$ и получим

$$1 = (1 + \zeta) N_{\text{п}} / N_{\text{д}},$$

но $N_{\text{п}} / N_{\text{д}} = \eta$ - к.п.д. механизма.

Теперь окончательно имеем

$$N_{\text{д}} = N_{\text{п}} / \eta \quad (7.24)$$

Если рассматривать выражение (7.24), как относящееся ко всему механизму подъема, то

$$N_{\text{д}} = M_{\text{д}} \omega_1;$$

$$N_{\text{п}} = G V_{\text{г}}. \quad (7.25)$$

Общий к.п.д. всей системы передач от двигателя к грузу

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \dots \eta_n.$$

Здесь $M_{\text{д}}$ и ω_1 - вращающий момент, создаваемый двигателем при установившемся движении, и угловая скорость его вращения,

G и $V_{\text{г}}$ - сила веса груза и скорость его подъема,

$\eta_1, \eta_2 \dots$ и т.д. - к.п.д. первой, второй и т.д. ступеней передач

η_{II} - КПД полиспаста.

Если теперь известны вес груза, скорость его подъема, к.п.д. механизму то можно из выражения (7.24) определить потребную мощность установившегося движения электродвигателя и по этой мощности выбрать требуемый электродвигатель из каталога. При этом становится известной угловая скорость ω_1 вращения вала электродвигателя и потому может быть определен вращающий момент электродвигателя при установившемся движении:

$$M_c = \frac{GV_r}{\omega_1 \eta} \quad (7.26)$$

Отметим, что полученный из выражения (7.26) вращающий момент требуется при подъеме груза. При опускании груза физическая картина меняется и требуемый вращающий момент будет меньше.

Из формулы (7.26) видно, что поскольку угловая скорость двигателя является наибольшей из угловых скоростей других валов механизма, то вращающий момент M_c является наименьшим из всех вращающих моментов нагружающих валы механизма. Поэтому выгоднее всего установить тормоз именно на вал электродвигателя. При этом тормозной момент, который должен развивать тормоз, определяется из выражения.

$$M_{\text{тор}} = K_t M_c, \quad (7.27)$$

где K_t - коэффициент запаса торможения.

При неустановившемся движении, т.е. при трогании с места или при торможении механизма, к моменту сил, определенному из выражения (7.26) добавляется момент сил инерции M_{II} , так пусковой момент двигателя

$$M_{\text{пуск}} = M_c + M_{II}, \quad (7.28)$$

где $M_{\text{пуск}}$ - для выбранного двигателя известен из каталога,

$$M_{II} = J \frac{d\omega}{dt} \quad \text{-- момент сил инерции,}$$

J - момент инерции масс механизма, приведенных к валу электродвигателя.

Физическая сущность величины J состоит в том, что вместо большого числа масс механизма мы рассматриваем одну массу, сосредоточенную на валу двигателя, с моментом инерции J , которая эквивалентна действию фактически движущихся масс механизма. Для определения J воспользуемся законом кинетической энергии, который утверждает, что кинетическая энергия механизма равна сумме кинетических энергий отдельных его масс. Однако число масс в механизме достаточно велико, поэтому при решении задачи определения J в механизме выделяют несколько масс, влияние которых на конечный результат будет существенным. Сюда относят в рассматриваемом случае из вращающихся деталей ротор электродвигателя, муфта, соединяющая электродвигатель с редуктором, зубчатые колеса большого диаметра на соответствующих валах и барабан. Из поступательно движущихся масс учитывают только массу груза.

Тогда сформулированный закон кинетической энергии применительно к задаче определения J запишется следующим образом

$$J \frac{\omega_1^2}{2} = J_1 \frac{\omega_1^2}{2} + J_2 \frac{\omega_2^2}{2} + J_3 \frac{\omega_3^2}{2} + m_r \frac{V_r^2}{2}, \quad (7.29)$$

Где $J_1; J_2; J_3$ и m_r - моменты инерции масс, расположенных на валах 1,2 и 3 (рис. 7.3) и масса груза в соответствии с предложенным выше учетом только масс, влияние которых существенно,

$\omega_1; \omega_2; \omega_3$ и V_r - угловые скорости вращения валов 1,2,3 и скорость подъема груза.

Выражение (7.29) представим в виде

$$J = J_1 \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2} + J_2 \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} + J_3 \frac{\omega_3^2}{\omega_1^2} + m_r \frac{v_r^2}{\omega_1^2}. \quad (7.30)$$

Опыт расчетов по определению J в грузоподъемных машинах показывает, что сумма второго, третьего и далее членов в выражении (7.30) составляет всего 10...20% от первого члена. Поэтому выражение (7.30) можно представить в виде

$$J = (1,1...1.2) J_1 \quad (7.31)$$

Ускорение в выражении для M_i при исследовании грузоподъемных машин принимается постоянным, т.е.

$$\frac{d\omega_1}{dt} = const = \frac{\omega_1}{t_n} = j_n, \quad (7.32)$$

где t_n и j_n - время разгона машины до номинальной скорости и соответствующее ускорение

Теперь из выражения (7.28) с учетом (7.31) и (7.32) можно определить ускорение j_n при пуске и сравнить его с допуском $[j_n]$ для того или иного типа подъемной машины. Так для различных кранов

$$[j_n] = 0,1...0,8 \text{ м / с}^2, \text{ а для лифтов } [j_n] = 1,5...2,0 \text{ м / с}^2$$

Аналогично могут быть решены подобные задачи для процесса торможения в механизме подъема или применено к исследованию механизма перемещения крана.

7.3 Определение времени разгона автомобиля.

Многие производители автомобилей в качестве рекламы своего нового изделия приводят данные о времени разгона автомобиля из состояния покоя до некоторой максимальной скорости.

Представляет интерес решение этой задачи аналитически, но известная методика решения этой задачи громоздкая и содержит определенные трудности. Поэтому мы далее представляем приближенное и достаточно простое решение задачи.

Итак, задача формулируется так: Определить время разгона автомобиля из состояния покоя до скорости 100 км/час.

Решение приведено применительно к автомобилю ВАЗ-2106.

Исходные данные:

1. Максимальная эффективная мощность $N_E = 58,8 \text{ кВт}$;

2. Максимальный вращающий момент $M_E = 121,6 \text{ Н.м}$,

3. Расчетная сила веса автомобиля $G = 1500 \text{ кг} = 15000 \text{ Н}$,

(Она же равна массе автомобиля $m = \frac{G}{g} \frac{Hc^2}{m}$, где $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ ускорение силы тяжести)

1. Частота вращения коленчатого вала при N_E $n_E = 5,4 \cdot 10^3 \text{ об/мин}$,

2. Частота вращения коленчатого вала при максимальном моменте $n_M = 3,0 \cdot 10^3 \text{ об/мин}$,

3. Передаточные отношения зубчатых пар в КПП: $U_1 = 3,8$; $U_2 = 2,3$; $U_3 = 1,5$; $U_4 = 1,0$,

4. Передаточное отношение конечной передачи $U_K = 4,11$,

5. Коэффициент дорожного сопротивления $\psi = 0,025$

6. Диаметр ведущего колеса $d = 900 \text{ мм}$.

Решение.

Представим процесс разгона автомобиля из состояния покоя до скорости $v_{\max} = 100$ км/час в виде последовательных разгонов автомобиля на 1-ой, 2-ой и т. д. передачах (Рис.7.4). Время разгона на передаче t_i , где $i = 1, 2, 3, 4$ – передачи, заканчивается скоростями автомобиля v_i .

Принимаем, что разгон на каждой ступени происходит равноускоренно. Тогда ускорение

$$j_i = \frac{v_{\text{кон.}i} - v_{\text{нач.}i}}{t_i} \quad (7.33)$$

Где $v_{\text{кон.}i}$ и $v_{\text{нач.}i}$ - конечная и начальная скорости автомобиля в конце и начале разгона на i – ой передаче.

Каждый участок разгона сопровождается переключением передачи в КПП. Время, затраченное на переключение $t_{\text{пер}} = 0,8 \dots 1,5$ с., примем в дальнейшем $t_{\text{пер}} = 1,0$ с.

Во время переключения передачи двигатель отсоединяется от трансмиссии (выключается муфта сцепления) и потому происходит замедление скорости автомобиля до значения $v_{i \text{ нач.}}$. Примем, что это замедление происходит при постоянном ускорении.

Автомобиль находится под действием силы двигателя P_D и силы сопротивления качению P_C , которые приложены к ведущему колесу, и силы инерции P_H , которая приложена к массе автомобиля.

Перенесем силы P_D и P_C на ведущую ось колеса и тогда колесо оказывается под действием моментов $M_D = P_D \cdot r$ и $M_C = P_C \cdot r$, где r - радиус колеса, $r = 0,450$ м, а ось колеса, как часть массы автомобиля находится под действием сил P_D и P_C . Теперь автомобиль находится под действием сил P_D , P_C и P_H и для них справедливо уравнение

$$P_D = P_C + P_H \quad (7.34)$$

Где
$$P_D = M_{\max} U_i U_K \eta / r = A U_i \quad (7.35)$$

$$A = M_{\max} U_K \eta / r$$

M_{\max} - максимальный вращающий момент двигателя, приложенный к колесу.

$$P_C = m \cdot \psi,$$

$$P_H = m \cdot j \quad (7.36)$$

Для вычисления M_{\max} имеем

$$M_{\max} = M_N \left[a + b \frac{n_E}{n_M} + c \left(\frac{n_E}{n_M} \right)^2 \right] \quad (7.37)$$

Где $a=0,91$; $b = 0,9$; $c = 0,81$ – коэффициенты..

После вычислений по (7.37) получаем $M_{\max} = 206$ Н.м.

Из (7.35) получаем

$$P_D = 1644 \cdot U_i / 0,450 \text{ Н.} \quad (7.38)$$

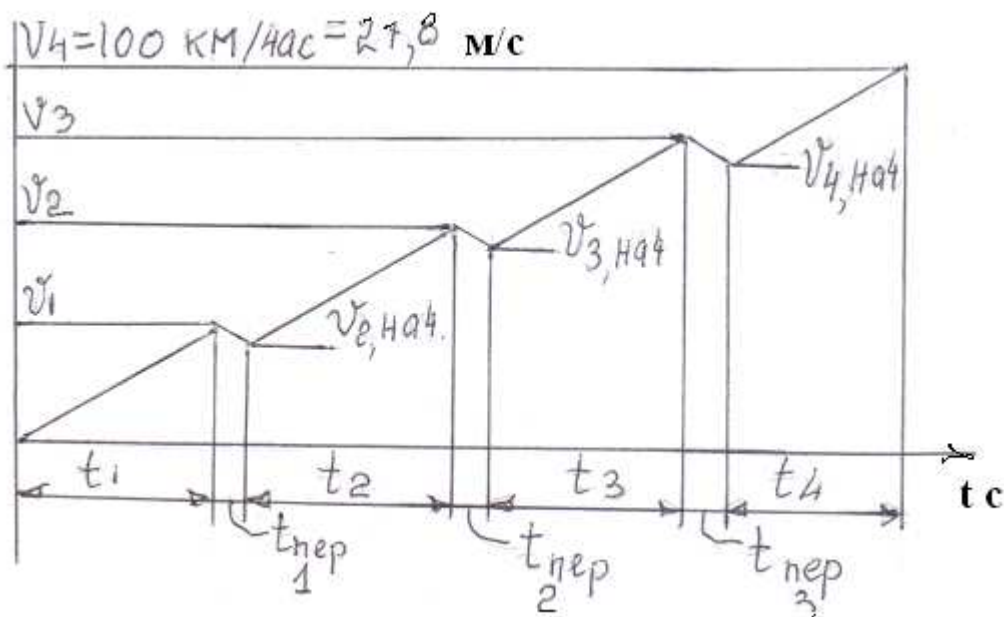


Рис.7.4

Замедление в процессе переключения передачи описывается уравнением (7.34) при $P_D = 0$. Тогда, приняв равнозамедленное движение автомобиля во время переключения передач получаем (см. Рис.7.4)

$$v_{(i+1)нач} = v_{икон} - \psi \cdot t_{пер} \quad (7.39)$$

Чтобы вычислить по формуле (7.39) необходимо вычислить $v_{икон}$.

$$v_{икон} = \omega_{икон} \cdot r = \frac{\omega_D \cdot r}{U_i \cdot U_K} = \frac{300 \cdot 0,450}{U_i \cdot 4,11} \quad (7.40)$$

Где $\omega_D = 300 \text{ c}^{-1}$ - угловая скорость коленчатого вала двигателя при максимальном вращающем моменте.

Вычислим $v_{икон}$ для $i = 1$

$$v_{1.икон} = \frac{300 \cdot 0,45}{3,8 \cdot 4,11} = 8,64 \text{ м/с.} \quad (7.41)$$

Тогда из (7.39) имеем $v_{2.нач} = 8,64 - 0,025 \cdot 1 = 8,605 \text{ м/с}$

Итак, на примере вычисления скорости в начале и в конце процесса переключения передач мы получили, что эти скорости отличаются на 0,3%. Аналогичные результаты получены нами при вычислении скоростей при переключении передач при $i > 1$. Поэтому пренебрежем замедлением в процессе переключения передач и тогда принимаем $v_{(i+1)нач} = v_{икон}$, то есть как это записано в (7.33).

Теперь вычислим t_i ($i = 1, 2, 3, 4$); для этого запишем уравнение (7.34) с учетом (7.36), (7.38) и (7.33) в виде

$$t_i = \frac{v_{икон} - v_{iнач}}{AU_i - \psi} = \frac{v_{икон} - v_{iнач}}{1,1U_i - 0,025} \quad (7.42)$$

Тогда при $i = 1$;

$$v_{1.икон} = 8,64 \text{ м/с (см.(741))}$$

$$v_{1.нач} = 0$$

$$t_1 = 2,08 \text{ с}$$

$i = 2$;

$$v_{2КОН} = 14,26 \text{ м/с}$$

$$v_{2НАЧ} = v_{1НАЧ} = 8,63 \text{ м/с}$$

$$t_2 = 2,24 \text{ с}$$

i=3;

$$v_{3КОН} = 21,86 \text{ м/с}$$

$$v_{3НАЧ} = v_{2КОН} = 14,26 \text{ м/с}$$

$$t_3 = 4,68$$

i = 4;

$$v_{4КОН} = 27,8 \text{ м/с}$$

$$v_{4НАЧ} = v_{3КОН} = 21,86 \text{ м/с}$$

$$t_4 = 5,49 \text{ с}$$

Теперь просуммируем t_i и учтем время переключения передач, то есть 3. $t_{ПЕР} = 3$ с и получаем

$$t_{РАЗ} = 2,08 + 2,24 + 4,68 + 5,49 + 3 = 17,49 \text{ с.}$$

В справочнике «Проектирование трансмиссий автомобиля» М. «Машиностроение» 1984 г. (под редакцией проф. Гришковича А.И.) в табл. 1.9 приведено время разгона (экспериментальные данные) автомобиля ВАЗ-2106 до скорости 100 км/час $t_{РАЗ} = 17,6$ с. Совпадение этих цифр – удивительное.

7.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОРМОЗНОГО ПУТИ АВТОМОБИЛЯ

При современных скоростях движения автомобилей особо ответственная роль принадлежит тормозной системе. Торможение автомобиля, особенно экстренное, сопровождается явлениями, которые водитель не может учесть, таким явлением является движение автомобиля юзом, то есть скольжения автомобиля при заторможенных колесах. Оказывается, что коэффициент сцепления колес с дорогой изменяется в очень широких пределах (от $k = 0,7 \dots 0,9$ для сухого асфальта до $k = 0,03 \dots 0,01$ на льду).

Экспериментально установлено, что тормозной путь при движении юзом оказывается большим, чем при торможении вращающихся колес. Кроме того, движение автомобиля юзом становится неуправляемым, и в этом состоит большая опасность.

По этой и другим причинам современные автомобили оборудуются электронными системами управления, которые исключают движение автомобиля юзом путем соответствующего уменьшения тормозного момента на застопоренных колесах.

Излагаемый ниже метод определения тормозного пути не учитывает возможности появления юза и некоторые другие явления при торможении. Поэтому следует считать приводимое ниже определение тормозного пути как приближенное или учебное.

При расчете тормоза автомобиля и в других случаях необходимо определить тормозной путь автомобиля.

Пусть автомобиль движется с постоянной скоростью V . В некоторый момент времени начинается его торможение, при этом выключается муфта сцепления, то есть двигатель отключается от трансмиссии. Тогда во время торможения автомобиль находится под действием силы инерции

$$P_{II} = m \cdot j,$$

где m – масса автомобиля,

$j = X''$ – ускорение автомобиля при его торможении,

X'' - вторая производная от пути по времени,
и силы сопротивления движению

$$P_C = P_{дор} + P_T,$$

Где $P_{дор} = G\psi$ - сила дорожного сопротивления движению,

$G = m.g$ - сила веса автомобиля,

$g = 9,81 \text{ м/с}^2$ - ускорение силы тяжести,

ψ - коэффициент дорожного сопротивления,

P_T - сила, создаваемая тормозом.

Представим $P_T = kP_D$, где k - коэффициент, определяющий долю от движущей силы двигателя на колесе автомобиля.

P_D - см. (7.35).

Эти силы действуют по направлению движения автомобиля, то есть вдоль оси X , но в противоположные стороны, поэтому уравнение движения при торможении имеет вид

$$P_H = -P_C$$

$$\text{Или} \quad mX'' = -(P_{дор} + P_T) \quad (7.43)$$

Нетрудно убедиться, что $P_{дор}$ существенно меньше, чем P_T , поэтому примем $P_{дор} = 0$. и (7.43) принимает вид

$$m.X'' = -P_T \quad (7.44)$$

$$\text{Или} \quad X'' = -\frac{kP_D}{m} \quad (7.45)$$

Проинтегрировав (7.45) один раз получаем скорость V для каждого момента времени t при торможении

$$X' = V = -\frac{kP_D}{m}t + C_1 \quad (7.46)$$

Проинтегрировав (7.46) второй раз получаем тормозной путь S в каждый момент времени t при торможении

$$X = S = -\frac{kP_D}{m}t^2 + C_1t + C_2 \quad (7.47)$$

Где C_1 и C_2 постоянные интегрирования, которые определяются из начальных условий.

Положив в (7.46) $t=0$ получаем

$$C_1 = V_0,$$

То есть скорость перед началом торможения;

Из (7.47) получаем $C_2 = 0$.

Теперь (7.46) и (7.47) запишем в виде

$$\begin{aligned} V &= V_0 - \frac{kP_D}{m}t \\ S &= V_0t - \frac{kP_D}{2m}t^2. \end{aligned} \quad (7.48)$$

В качестве примера рассмотрим торможение легкового автомобиля с параметрами, принятыми в п.7.3.

Определим сначала время торможения от скорости автомобиля

$V_0 = 100 \text{ км/ час} = 27,8 \text{ м/с}$ до его остановки, то есть до $V = 0$. Тогда из (7.48) имеем

$$t = \frac{V_0 m}{kP_D} = \frac{27,8 \cdot 1500}{10 \cdot 1693} = 2,53 \text{ с}$$

Здесь принято $k = 10$ и в Рд (7.35) $U_i = U_4 = 1$ и $U_k = 4, 11$.

Теперь из (7.48) $S = 27,8 \cdot 2,53 - \frac{10 \cdot 1693 \cdot 6,4}{2 \cdot 1500} = 35 \text{ м}$

7.5. КОЛЕБАНИЯ ДВИГАТЕЛЯ АВТОМОБИЛЯ НА РАМЕ.

Пусть на массивной раме 1 автомобиля установлен двигатель 2. Между рамой 1 и двигателем 2 установлены упругие вставки 3. Параметры вставок 3 требуется определить из условия минимизации колебаний двигателя.

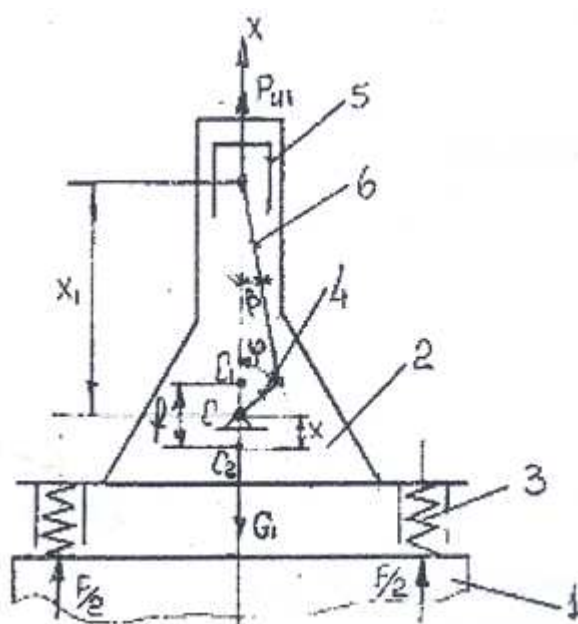


Рис.7.5

Кривошип 4 при своем равномерном вращении с угловой скоростью ω приводит в возвратно-поступательное движение поршень 5, массой m . Это движение является неравномерным. Поэтому на поршень действуют силы инерции и они передаются на всю массу M двигателя и создают его вибрации.

Примем, что центр тяжести машины находится в точке C .

Двигатель находится под действием силы его веса G , силы инерции поршня $P_{и1}$, силы инерции $P_{и2}$ действующей на всю массу M двигателя, и реакция F упругих вставок 3. Обозначим C_1 , положение центра тяжести двигателя до постановки его на вставки 3, C_2 - положение центра тяжести двигателя после установки на вставки 3. $C_1C_2 = f$ - статическая деформация вставок 3 под действием силы веса G . При этом статическая сила во вставках 3, которая уравнивает силу веса

$$F = c \cdot f \quad (7.49)$$

где c - коэффициент жесткости вставок 3. Отсюда следует

$$c = \frac{G}{f} \quad (7.50)$$

При работе двигателя центр тяжести будет колебаться относительно точки C_2 . Пусть в некоторый момент времени центр тяжести переместится на величину x вверх (положительное направление оси x принято вертикально вверх.). Если далее положить, что в этот момент времени сила инерции поршня $P_{и1}$ также направлена вверх, то уравнение равновесия компрессора под действием перечисленных сил записывается в следующем виде

$$-P_{и2} + P_{и1} - G + F = 0 \quad (7.51)$$

Где

$$P_{H2} = Mx'' = M \frac{d^2x}{dt^2}; \quad (7.52)$$

$$P_{H1} = mx_1'' = m \frac{d^2x_1}{dt^2},$$

$\frac{d^2x}{dt^2}$ - ускорение всего двигателя в его колебательном движении.

$\frac{d^2x_1}{dt^2}$ - ускорение поршня.

Величина x является искомой.

Для нахождения величины x_1'' имеем

$$x_1 = r \cos \varphi + l \cos \beta, \quad (7.53)$$

где r и l размеры кривошипа 4 и шатуна 6 кривошипно-ползунного механизма двигателя.,

φ - угол поворота кривошипа 4,

β - угол, образованный шатуном с осью x .

Угол β определим из соотношения

$$r \sin \varphi = l \sin \beta, \quad (7.54)$$

где $\sin \beta = \lambda \sin \varphi$; (здесь $\lambda = r/l$), следовательно

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi} \quad (7.55)$$

Воспользуемся приближенной формулой

$$\cos \beta = 1 - \frac{1}{2} \lambda^2 \sin^2 \varphi. \quad (7.56)$$

Тогда выражение (7.53) принимает вид

$$x_1 = r \left(\cos \varphi - \frac{\lambda}{2} \sin^2 \varphi \right) + l. \quad (7.57)$$

Поскольку при равномерном вращении кривошипа 4 $\varphi = \omega t$, где ω - угловая скорость вращения кривошипа 4,

t - время, то окончательно

$$x_1 = r \left(\cos \omega t - \frac{\lambda}{2} \sin^2 \omega t \right) + l. \quad (7.58)$$

Дифференцируя (7.58) два раза по времени, получаем

$$x_1' = -r\omega \left(\sin \omega t + \frac{\lambda}{2} \sin 2\omega t \right) \quad (7.59)$$

$$x_1'' = -r\omega^2 (\cos \omega t + \lambda \cos 2\omega t).$$

Возвращаясь к (7.51) отметим, что сила G не участвует в процессе колебаний двигателя, поскольку является величиной постоянной. Тогда с учетом (7.52) и (7.59), а также имея в виду, что сила P_{H1} направлена против ускорения, (7.51) принимает вид

$$Mx'' + cx = mr\omega^2 (\cos \omega t + \lambda \cos 2\omega t). \quad (7.60)$$

Запишем (7.60) в виде

$$x'' + \frac{c}{M}x = \frac{m}{M}r\omega^2 (\cos \omega t + \lambda \cos 2\omega t) \quad (7.61)$$

и убеждаемся, что полученное нами уравнение (7.61) тождественно уравнению (7.1), в котором

$$p = 0; q = \frac{c}{M}; R = \frac{m}{M} r \omega^2 (\cos \omega t + \lambda \cos 2\omega t). \quad (7.62)$$

Общее решение соответствующего однородного уравнения (т.е. уравнения (7.60) при $R = 0$) получено нами в виде (7.4), где r_1 и r_2 находятся из решения характеристического уравнения (7.3), которое в этом случае принимает вид

$$r_{1,2}^2 + q = 0 \quad (7.63)$$

Откуда

$$r_{1,2} = \pm \sqrt{-q}. \quad (7.64)$$

Воспользовавшись далее (7.5), имеем

$$\begin{aligned} e^{r_1 t} &= \cos \beta t + i \sin \beta t, \\ e^{r_2 t} &= \cos \beta t - i \sin \beta t. \end{aligned} \quad (7.65)$$

Тогда общее решение однородного уравнения в форме (7.9) приводится к виду

$$x = C_1 \cos \beta t + C_2 \sin \beta t. \quad (7.66)$$

Для получения общего решения неоднородного уравнения в соответствии с (7.12) необходимо иметь частное решение уравнения (7.1). Применительно к уравнению (7.61) воспользуемся известной из теории дифференциальных уравнений теоремой наложения. Тогда уравнение (7.61) эквивалентно следующим двум уравнениям

$$x'' + \frac{c}{M} x = \frac{m}{M} r \omega^2 \cos \omega t, \quad (7.67)$$

$$x'' + \frac{c}{M} x = \frac{m}{M} r \omega^2 \lambda \cos 2\omega t, \quad (7.68)$$

Частные решения каждого из уравнений (7.67) и (7.68) найдем по аналогии с решением (7.13). Действительно, при нахождении частного решения уравнения (7.67) записываем

$$f_1(x) = B_1 \cos(\omega t - \varepsilon_1) \quad (7.69)$$

и далее повторяя выкладки, которые приведены при выводе (7.18), получаем

$$B_1 = \frac{\frac{m}{M} r \omega^2}{\frac{c}{M} - \omega^2}. \quad (7.70)$$

Аналогично для уравнения (7.68) имеем частное решение в виде

$$f_2(x) = B_2 \cos(2\omega t - \varepsilon_2), \quad (7.71)$$

Где

$$B_2 = \frac{\frac{m}{M} r \omega^2 \lambda}{4\omega^2 - \frac{c}{M}}.$$

В соответствии с теоремой наложения частное решение уравнения (7.61)

$$f(x) = f_1(x) + f_2(x). \quad (7.72)$$

Тогда общее решение уравнения (7.61) с учетом (7.69)... (7.72), принимает вид

$$x = C_1 \cos \beta t + C_2 \sin \beta t + \frac{m r \omega^2}{M \left(\frac{c}{M} - \omega^2 \right)} \cos(\omega t - \varepsilon_1) + \frac{m r \omega^2 \lambda}{M \left(4\omega^2 - \frac{c}{M} \right)} \cos(2\omega t - \varepsilon_2) \quad (7.73)$$

Колебания, которые создают третий и четвертый члены уравнения (7.73) являются гармоническими. При этом третий член определяет так называемую первую гармонику колебаний системы, а четвертый член - вторую гармонику. Из анализа уравнения (7.73) видно, что при значениях

$$\omega = \omega_1 = \sqrt{\frac{c}{M}} \quad \text{и} \quad \omega = \omega_2 = 2\sqrt{\frac{c}{M}} \quad (7.74)$$

амплитуда значений $x = \infty$. Эти два режима работы машины называются резонансными. Явление резонанса часто встречается в технике, иногда его можно использовать с пользой, но чаще оно является вредным для машины и может привести к аварии. Именно этот случай имеет место в рассматриваемой задаче.

В действительности величина $x \neq \infty$, поскольку в процессе, который описан выше имеет место трение, которое здесь не учтено. Но все равно величина x может достигнуть опасных значений и потому при работе машины надо избегать резонансных режимов

ПРИМЕР 9.1

Пусть параметры двигателя будут следующие.

Сила веса поршня $G = 100 \text{ Н}$;

Сила веса всего двигателя $G_2 = 10000 \text{ Н}$;

Частота вращения кривошипа $\omega = 150 \text{ сек}^{-1}$;

Осадка упругой вставки под действием силы веса компрессора $f = 10 \text{ мм}$;

Радиус кривошипа $r = 50 \text{ мм}$;

Отношение $\lambda = r/l = 1/5$, где l - длина шатуна.

Тогда масса поршня $m = G/g = 100/9,81 \approx 10 \text{ Нс}^2/\text{м}$;

масса двигателя $M = G_2/g = 1000 \text{ Нс}^2/\text{м}$;

Коэффициент жесткости упругой вставки из (7.49) $c = G_2/f = 1000 \text{ Н/мм}$ Резонансные частоты вращения вала машины из (7.74)

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{10^3}{10^3}} = 1 \text{ с}^{-1}; \quad \omega_2 = 2 \text{ с}^{-1}.$$

Поскольку резонансные частоты ω_1 и ω_2 существенно меньше номинальной частоты вращения вала машины $\omega = 150 \text{ с}^{-1}$, то резонансные режимы не опасны. Эти режимы машина проходит при разгоне, который продолжается несколько секунд. Определим амплитуду колебаний машины при ее работе в номинальном режиме. Как отмечалось выше полученная нами формула (7.73) не учитывает сил трения. Как показывают расчеты с учетом сил трения влияние первых двух членов в формуле (7.73) с течением времени быстро снижается до значений близких к нулю и потому влияние этих двух членов при вычислении амплитуды колебаний можно не учитывать. Величина c/M в двух последних членах формулы (7.73) существенно меньше величин ω^2 и $4\omega^2$ и потому ее также можно не учитывать.

Амплитудные значения x имеют место при $\cos(\omega t - \varepsilon_1) = \pm 1$ и $\cos(2\omega t - \varepsilon_2) = \pm 1$. Поэтому формула для вычисления амплитуды колебаний

$$x = x_{\max} \approx \frac{mr}{M} + \frac{mr\lambda}{4M}.$$

Из анализа последней формулы видно, что второй член составляет лишь 1/20 от величины первого члена. Поэтому величиной второго члена также можно пренебречь. Тогда имеем

$$x_{\max} \approx \frac{mr}{M} = \frac{10.50}{10^3} = 0,5 \text{ мм}$$

Явления, рассмотренные при вибрации двигателя на фундаменте являются типичными для многих механических устройств при их вибрации. Поэтому полученные только что

результаты используем для решения практически важного вопроса: когда при определении

сил, действующих на вибрирующий механизм, можно пренебречь динамической

составляющей и рассматривать только статические силы.

Как было только что отмечено, первые два члена в выражении (7.73) при учете сил трения

со временем быстро убывают, поэтому их не следует учитывать при решении поставленного

вопроса.

Рассмотрим третий член в уравнении (7.73). Величина

$$A_1 = \frac{mr\omega^2}{c \left(1 - \frac{\omega^2 M}{c} \right)} \quad (7.75)$$

определяет амплитуду колебаний первой гармоники.

В числителе выражения (7.75) величина

$$P_{и1} = mr\omega^2 \quad (7.76)$$

является центробежной силой.

Тогда
$$\frac{P_{и1}}{c} = f_{ст} \quad (7.77)$$

есть статическая деформация упругого элемента от силы $P_{и1}$.

Введем понятие коэффициента динамичности

$$\mu = \frac{A_1}{f_{ст}} = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2 M}{c}}. \quad (7.78)$$

В практике динамических расчетов принято, что при $\mu < 1,05$ динамическую составляющую можно не учитывать, т.е. рассматривать только статическую нагрузку.

Из (7.78) при $\mu = 1,05$ получаем

$$\omega \leq 0,218 \sqrt{\frac{c}{M}}$$

Величина $\beta = \sqrt{\frac{c}{M}}$ - называется собственной угловой частотой колебаний;

ω - угловая частота вынужденных колебаний;

$T = 2\pi / \omega$ - период вынужденных колебаний,

$T_0 = 2\pi / \beta$ - период свободных колебаний.

Вычислим отношение T / T_0 при $\mu = 1,05$

$$\frac{T}{T_0} = \frac{2\pi\beta}{\omega 2\pi} = \frac{1}{0,218} = 4,59$$

Таким образом, вынуждающую силу можно считать статической, если ее период колебаний по крайней мере в 4,5 раза превосходит период собственных колебаний.

Если теперь обратиться к последнему, четвертому члену уравнения (7.73), то убеждаемся, что динамическая сила от второй гармоники (именно в этом смысле этого четвертого члена) составляет малую часть от силы первой гармоники. Поэтому при решении поставленного вопроса силу второй и высших гармоник не учитываются.

7.6 ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНЫХ НАГРУЗОК В СОЕДИНЕНИИ КОЛЕБЛЮЩИХСЯ ДЕТАЛЕЙ

Большой практический интерес представляет определение максимальной нагрузки в соединении колеблющихся деталей. Однако прежде чем мы сможем определить эти максимальные нагрузки, рассмотрим задачу об определении реакции упругой системы на действие импульсной, т.е. весьма кратковременной нагрузки.

Пусть имеется одномассовая модель состоящая из массы m и пружины жесткостью c (рис.7.6). Пружина одним концом прикреплена к массе, а другим концом - к корпусу O . Трение между массой и корпусом не учитывается.

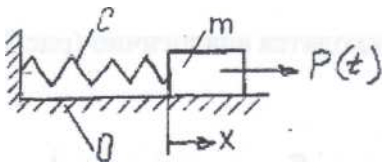


Рис. 7.6

Теперь представим себе, что к неподвижной массе m и при недеформированной пружине в течение бесконечно малого времени $\theta \leq 1 \leq 0$ действует бесконечно большая P , так что импульс силы, то есть

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \int_0^{\theta} P dt = S$$

имеет конечное значение. После окончания действия импульса, т.е. начиная с момента времени $t = 0$ масса m совершает свободные колебания, уравнение которых имеет вид (7.1) при $R(x) = 0$ и $p = 0$ (величина px' в (7.1) определяет силу трения, которая в данном случае не учитывается.). Решение этого уравнения имеет вид (7.4), в котором надо определить постоянные C_1 и C_2 .

Для этого воспользуемся законом о количестве движения

$$S = mV, \quad (7.79)$$

где V - скорость, сообщаемая массе m в конце действия импульса S , т.е. при $t = 0$.

Однако смещение массы m при $t = 0$ $X = 0$.

Таким образом, начальные условия для определения постоянных C_1 и C_2 в данном случае имеют вид:

$$\text{при } t = 0 \quad X_0 = 0;$$

Подставим эти начальные значения в уравнение (7.4). Тогда при $t = 0$ имеем $C_1 = 0$.

Продифференцировав уравнение (7.4) получаем

$$\dot{x} = -C_1\beta \sin \beta t + C_2\beta \cos \beta t,$$

которое при $t = 0$ дает

$$\dot{X}_0 = V = \frac{S}{m} = C_2\beta \cos \beta t.$$

Но поскольку при $t = 0$ $\cos \beta t = 1$, то

$$C_2 = \frac{S}{m\beta}. \quad (7.80)$$

Теперь уравнение (7.4) принимает вид

$$x_1 = \frac{S}{m\beta} e^{-\frac{P}{2}t} \sin \beta t \quad (7.81)$$

В (7.6) показано, что величина $e^{-\frac{P}{2}t}$ входит в (7.9) в виде $e^{-\frac{P}{2}t}$.

Физический смысл этой величины состоит в том, что она учитывает затухающий характер гармонических колебаний, которые вследствие трения с течением времени уменьшаются по амплитуде. Поскольку мы в настоящем рассмотрении не учитываем

трения, то следует принять $e^{-\frac{P}{2}t} = 0$.

Теперь уравнение (7.9) принимает вид

$$x_1 = \frac{S}{m\beta} \sin \beta t. \quad (7.82)$$

Функцию $Y = \frac{\sin \beta t}{m\beta} \quad (7.83)$

называют реакцией рассматриваемой модели на единичный импульс.

Теперь представим, что к модели по рис 7.6 приложена сила $P(t)$, меняющаяся по произвольному закону (рис.7.7).

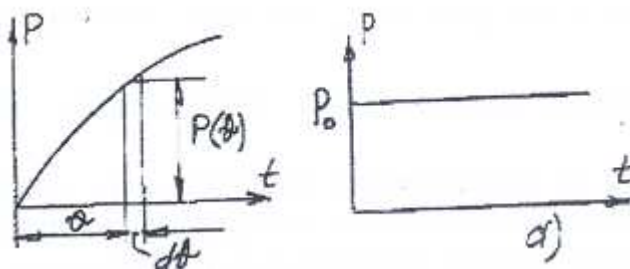


Рис.7.7

Дифференциальное уравнение для этого случая имеет вид

$$mx'' + cx = P(t). \quad (7.84)$$

Общее решение неоднородного уравнения (7.84) записывается в виде (7.12). Для нахождения частного решения $f(x)$ уравнения (7.83) произвольную нагрузку $P(x)$ представим в виде суммы следующих один за другим бесконечно малых импульсов (рис.7.7) $dS = P(\theta)d\theta$

Каждый из этих импульсов вызывает в момент времени $t > \theta$ смещение массы m $dx = P(\theta)d\theta Y(t - \theta)$.

Полное смещение массы m в момент времени t равно сумме элементарных смещений, т.е

$$x(t) = \int_0^t P(\theta) Y(t - \theta) d\theta \quad (7.85)$$

или воспользовавшись (7.82), получаем

$$x(t) = \frac{1}{m\beta} \int_0^t P(\theta) \sin \beta t d\theta \quad (7.86)$$

Отметим, что путем замены переменной интегрирования на $(t-\theta)$ интеграл (7.86) может быть представлен также в виде

$$x(t) = \frac{1}{m\beta} \int_0^t P(t-\theta) \sin \beta t d\theta \quad (7.87)$$

Формулы (7.86) или (7.87), называемые интегралом Дюамеля, широко применяются при изучении не только механических колебаний, но и в электротехнике, в радиотехнике и т.д. Дело в том, что формула (7.86) является частным решением уравнения (7.83). Для того, чтобы в этом убедиться следует дважды продифференцировать формулу (7.86), результаты подставить в уравнение (7.83) и убедиться в том, что получено тождество.

Применим теперь полученные формулы к случаю внезапно приложенной постоянной по величине нагрузки P_0 . Опять обратимся к модели (рис.7.6). Пусть при $t = 0$ масса m неподвижна, а пружина не деформирована. Внезапная нагрузка P_0 , приложенная при $t = 0$ остается постоянной и при $t > 0$ (рис.7.7,а).

Постоянные интегрирования в выражении (7.1) $C_1 = C_2 = 0$. Тогда общее решение уравнения (7.83) будет определяться только его частным решением (7.87) в котором $P(t-\theta) = P_0 = \text{const}$.

Тогда
$$f(x) = x(t) = \frac{P_0}{m\beta^2} (1 - \cos \beta t). \quad (7.88)$$

Напомним, выше мы ввели величину $\beta = \sqrt{\frac{c}{m}}$ и назвали ее собственной угловой частотой колебаний.

c и m см. на рис 7.6.

Тогда
$$\frac{P_0}{c} = \frac{P_0}{m\beta^2} = f_{cm}, \quad (7.89)$$

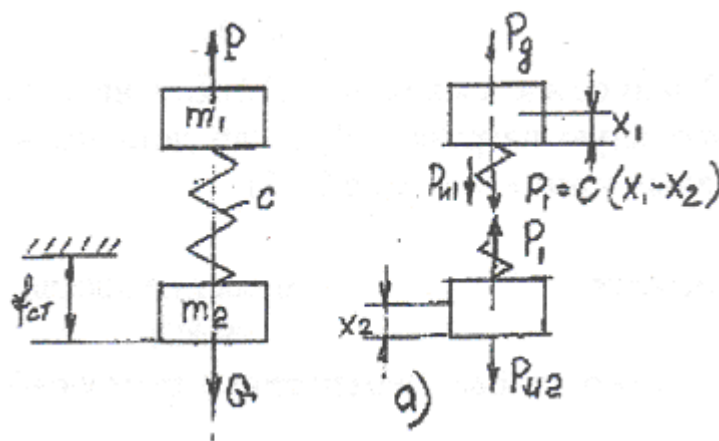


Рис.7.8

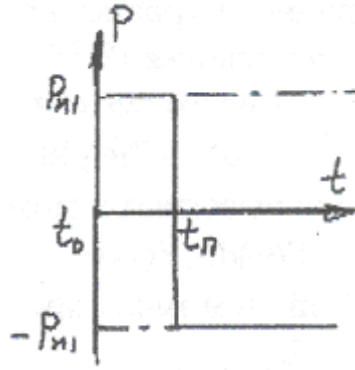


Рис.7.9

Пусть груз G висит на канате в состоянии покоя. При этом деформация каната составляет $f_{ст}$. Тогда из равновесия рассматриваемой модели следует, что к массе m_1 приложена сила $P = G$. В момент времени $t = t_0$ включается двигатель; он развивает силу P_d , которая приложена к массе m_1 , двигатель разгоняется и вместе с ним разгоняются все детали вплоть до барабана. После разгона наступает равномерное движение всей системы со скоростью V , которая известна. Во время разгона на массу m_1 действует сила инерции

$$P_{и1} = m_1 x_1^{**}, \quad (7.90)$$

Где x_1^{**} - ускорение в процессе разгона массы m_1 .

Если принять, что разгон происходит равноускоренно, то

$$x_1^{**} = \frac{v}{t_{п}} = const, \quad (7.91)$$

где $t_{п}$ - время разгона, которое может быть определено, если задано ускорение (см., например, 7.2)..

После окончания разгона $x_1^{**} = 0$ и значит $P_{и1} = 0$.

Положим $t_0 = 0$ и применим к рассматриваемой модели полученные только что результаты

о действии на упругую систему импульсной нагрузки. Поскольку силы G и P постоянны и потому не создают колебания, исключим их из рассмотрения. Тогда в моменты времени $0 < t < t_{п}$ на массу m_1 действуют силы $P_{и1}$, $P_1 = c(x_1 - x_2)$, и P_d (рис.7.8,а).

Положим, что за время $t_{п}$ $P_d = P_{и1}$, т.е. мы принимаем, что в период разгона модель находится под действием постоянной силы $+ P_{и1}$, которая приложена к массе m_1 . Здесь мы пренебрегли деформацией x_1 пружины во время разгона, значит, приняли, что в течение времени $t_{п}$ массы m_1 и m_2 неподвижны.

Решение задачи заключается в том, что постоянная сила $+ P_{и1}$ прикладывается к массе m_1 в момент времени $t = t_0 = 0$, а в момент

времени $t = t_{II}$ к массе m_1 приложена сила $-P_{и1}$. Суммарное действие сил $+P_{и1}$ и $-P_{и1}$ означает, что начиная с момента времени $t = t_{II}$ на модель прекращается действие внешних сил (рис.7.9). В соответствии с (7.88) нагрузка $+P_{и1}$ при $0 < t < t_{II}$ вызывает перемещение массы m_1 на

$$x_{11} = \frac{P_{и1}}{c}(1 - \cos \beta t) \quad (7.92)$$

а нагрузка $-P_{и1}$ вызывает перемещение массы m_1

$$x_{12} = -\frac{P_{и1}}{c}(1 - \cos(t - t_{II})) \quad (7.93)$$

Суммарное перемещение массы m_1 при $t > t_{II}$

$$x_1 = x_{11} + x_{12} = \frac{P_{и1}}{c}[\cos \beta(t - t_{II}) - \cos \beta t] = 2\frac{P_{и1}}{c} \sin\left(t - \frac{t_{II}}{2}\right) \sin \beta \frac{t_{II}}{2}. \quad (7.94)$$

Из формулы (7.92) следует, что если при $t < t_{II}$ и $\cos \beta t = -1$, то это определяет максимальная деформация пружины

$$x_{\max} = f_{cm} + x_{11} = \frac{G}{c} + 2\frac{P_{и1}}{c} = \frac{1}{c} \left(G + 2m \frac{v}{t_{II}} \right). \quad (7.95)$$

Это возможно, если $\beta t_{II} = \pi$, откуда $t_{II} = \pi / \beta$.

Если $t_{II} > \pi / \beta$, то максимальную деформацию пружины получаем из (7.94). Это имеет

место при $\sin \beta(t - t_{II} / 2) = 1$, тогда

$$x_{\max} = 2f_{CT} \sin \frac{t_{II}}{2}. \quad (7.96)$$

Рассмотрим теперь случай, когда груз G лежит на земле, а пружина не деформирована. В момент времени $t = 0$ включается двигатель, происходит его разгон и разгон связанных с ним масс, деформация пружины возрастает и в момент времени t_1 происходит отрыв груза

от земли. Это и есть внезапное приложение силы к массе m_2 . Пусть это происходит при $t_1 < t_{II}$, т.е. когда разгон еще не завершен. Если опять предположить равноускоренный разгон,

то в момент отрыва груза от земли на него действует сила веса груза G и сила инерции массы груза

$$P_{и2} = m_2 \cdot x_2'',$$

где x_2'' определяется из (7.91). И далее в течение некоторого времени на груз действует постоянная сила

$$P_{д} = G + m_2 \frac{v}{t_{II}}. \quad (7.97)$$

Далее, после окончания разгона движение груза становится равномерным и сила инерции прекращает свое действие.

Определим максимальную деформацию пружины в предположении, что постоянная сила находится из (7.97). Тогда из (7.87) следует, что максимальная деформация пружины

$$x_{\max} = \frac{2}{c} \left(G + m_2 \frac{v}{t_{II}} \right). \quad (7.98)$$

Это имеет место при $\cos \beta t = -1$.

ЛЕКЦИЯ 8

8.1. ДИНАМИЧЕСКИЕ НАГРУЗКИ ПРИ ПЕРЕДАЧЕ ВРАЩАЮЩЕГО МОМЕНТА

В машинах двигатель, создающий вращающий момент, соединяется с исполнительным узлом машины с помощью соединительного устройства, которое называется муфтой. Муфта состоит из двух половин: ведущей полумуфты, сидящей на валу двигателя, и ведомой полумуфты, сидящей на валу исполнительного (называемого также рабочим) узла машины. В том случае, когда эти половины муфты соединены между собой упругой деталью, муфта называется упругой. За счет деформации упругой детали компенсируются перекосы и смещения машины соединяемых муфтой валов, которые являются следствием неточностей монтажа

машины, а также смягчаются удары, которые почему-либо возникают в одной части машины при передаче вращения на другие ее части.

В смягчении ударов, этой важной функции упругой муфты, большое значение имеет трение в упругих деталях муфты. В результате трения происходит превращение части энергии деформации упругой детали в тепловую энергию, которая рассеивается в окружающую среду. Это явление называется демпфированием.

Трение может иметь разную природу; различают сухое трение, внутреннее трение, которое определяется межкристаллическими или межмолекулярными перемещениями при деформации, и вязкое трение, которое зависит от скорости деформации. Это последнее трение является наиболее простым случаем для математического описания и вместе с тем оно достаточно полно учитывает происходящие при колебании явления. Именно этот вид трения учтен нами при записи дифференциального уравнения (7.1) и далее при записи его решения.

Применительно к рассматриваемой задаче уравнение (7.1) принимает несколько другой вид. Представим машину в виде двух массовой модели (рис.8.1). Полумуфта 1 сидит на валу двигателя, который вращается с угловой скоростью ω . Она соединена с помощью упругого элемента 3 с полумуфтой 2, сидящей на валу рабочей машины.

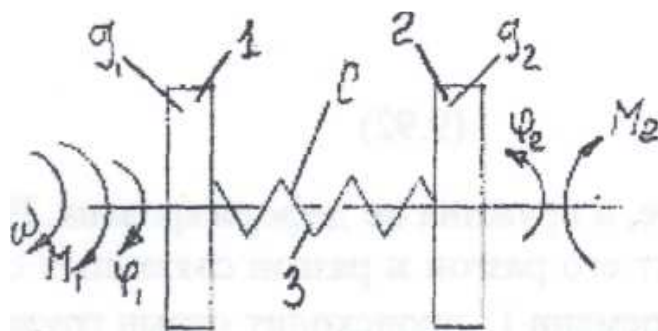


Рис.8.1



Рис 8.2

Момент инерции полумуфты 1 J_1 определен как приведенный к этой полумуфте моменты инерции масс двигателя, момент инерции полумуфты 2 J_2 аналогично учитывает моменты инерции масс рабочей машины. Упругий элемент характеризуется коэффициентом жесткости c и вязким трением, сила которого

$$R = \alpha \dot{x}, \quad (8.1)$$

где \dot{x} - скорость деформации упругого элемента, α - коэффициент.

К полумуфте 1 приложен движущий вращающий момент $M_1(t)$, а к полумуфте 2 приложен момент сил сопротивления $M_2(t)$.

Для полумуфт 1 и 2 можно записать следующие дифференциальные уравнения равновесия

$$J_1 \ddot{\varphi}_1 + \alpha \dot{\varphi}_1 + c \varphi_1 = M_1(t), \quad (8.2)$$

$$J_2 \ddot{\varphi}_2 + \alpha \dot{\varphi}_2 + c \varphi_2 = M_2(t),$$

где $\varphi_1, \dot{\varphi}_1, \ddot{\varphi}_1, \varphi_2, \dot{\varphi}_2, \ddot{\varphi}_2$ - углы поворота полумуфт 1 и 2 при передаче вращающего момента, скорости и ускорения этих поворотов, вычисленные относительно неподвижных координат. Сложив уравнения (8.2) получим следующее уравнение, которое дает возможность вычислить деформацию на упругом элементе муфты, т.е. определить угол $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$, а также определить скорость $\dot{\varphi}$ и ускорение $\ddot{\varphi}$ этой деформации

$$\ddot{\varphi} + \alpha \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right) \dot{\varphi} + c \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right) \varphi = \frac{M_1(t)}{J_1} + \frac{M_2(t)}{J_2}. \quad (8.3)$$

Практически задачу можно решить, если известны коэффициенты c и α .

Что касается коэффициента жесткости c , то его можно определить из экспериментов в статике. Для этого следует закрепить одну полумуфту и прикладывать вращающий момент ко второй полумуфте при этом замерять угол φ относительного поворота полумуфт. Построив график $M = f(\varphi)$ (рассматривается только случай, когда этот график представляет собой прямую проходящую через начало координат (рис.8.2), т.е. рассматривается случай линейной деформации упругого элемента), определяется

$$c = \arctg \gamma \quad (8.4)$$

где γ - угол наклона построенной прямой.

Для определения коэффициента α вновь обратимся к уравнению (7.1). В нем

$$p = \alpha \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right)$$

далее нетрудно убедиться, что в решении этого уравнения трение учитывается членом

$$e^{-\frac{p}{2}t}$$

В случае свободных колебаний, т.е. при $R(x) = 0$ в уравнении (7.1) (см. также (7.11)), в результате трения колебания перестают быть периодическими, они становятся непериодическими, затухающими (рис.8.3).

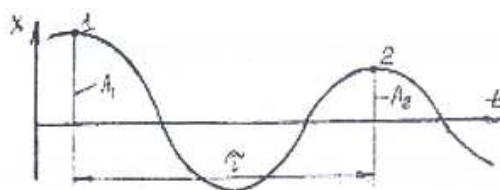


Рис.8.3

(Периодические незатухающие свободные колебания см. на рис.7.2). Под периодом этих колебаний понимается расстояние между двумя соседними максимальными смещениями

$$\tau = \frac{2\pi}{\beta} \quad (8.5)$$

За период τ амплитуда A_2 колебания уменьшится в $e^{-\frac{p}{2}\tau}$ раз в сравнении с амплитудой

A_1 предыдущего колебания. Тогда показателем затухания колебаний является отношение

$$\frac{A_1}{A_2} = e^{-\frac{p}{2}\tau} \quad (8.6)$$

где A_1 и A_2 - две соседние амплитуды колебаний.

Чаще рассматривают не отношение (8.6), а натуральный логарифм этого отношения, который называют логарифмическим декрементом колебаний

$$\delta = \ln\left(\frac{A_1}{A_2}\right) = \frac{p}{2}\tau. \quad (8.7)$$

Приближенно, при медленном затухании колебаний можно принять

$$\delta \approx \frac{\Delta A}{A},$$

(8.8)

где $\Delta A = A_1 - A_2$, $A = 0,5(A_1 + A_2)$.

В точках 1 и 2 на графике рис.8.3 скорость деформации равна нулю, значит вся энергия деформации в этих точках представляет собой потенциальную энергию упругой деформации U . Тогда энергия двух последовательных затухающих колебаний U_1 и U_2 определяется из выражений

$$U_1 = \frac{1}{2}cA_1^2 \quad \text{и} \quad U_2 = \frac{1}{2}cA_2^2 \quad (8.9)$$

При записи формул (8.9) принято, что потенциальная энергия при деформации упругого элемента пропорциональна самой деформации. За период одного колебания энергия рассеивается (т.е. превращается в тепло)

$$\Delta U = U_1 - U_2 = \frac{1}{2}c(A_1^2 - A_2^2). \quad (8.10)$$

Если затухание колебаний происходит медленно, то движение в течение одного периода мало отличается от гармонического колебания со средней амплитудой

$$A = 0,5(A_1 + A_2),$$

которому соответствует средняя энергия

$$U = \frac{1}{2} cA^2. \quad (8.11)$$

Из формул (8.10) и (8.11) имеем

$$\Delta U = \frac{1}{2} c (A_1 + A_2)(A_1 - A_2) = cA\Delta A = 2U \frac{\Delta A}{A}. \quad (8.12)$$

Отношение

$$\phi = \frac{\Delta U}{U} \quad (8.13)$$

называется коэффициентом поглощения или относительным гистерезисом.

С учетом (8.8) получаем, что

$$\delta = 0,5\phi. \quad (8.14)$$

Величину ϕ можно экспериментально определить, записав кривую затухающих свободных колебаний и воспользовавшись полученными зависимостями. После этого из (8.7) определяется ρ далее искомый коэффициент α

Теперь, когда известны коэффициенты c и α , можно приступить к решению различных задач, определяемых внешними нагрузками $M_1(t)$ и $M_2(t)$.

Рассмотрим сначала случай, когда M_1 и M_2 величины постоянные и к муфте внезапно приложена нагрузка M_0 , которая остается постоянной в течение последующего времени.

Для случая, когда отсутствует трение, эта задача рассмотрена выше. Там был применен интеграл Дюамеля в форме (7.87). Для рассматриваемого случая трением пренебречь нельзя и потому рассуждая аналогично тому, как было получено частное решение (7.88), мы получим частное решение уравнения (8.3) в виде

$$f(x) = \varphi = \frac{M_0}{J\beta_1} \int_0^t e^{-\frac{p}{2}\theta} \sin \beta_1 \theta d\theta \quad (8.15)$$

где $J = \frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2}$ - приведенный момент инерции двухмассовой модели,

β_1 - частота затухающих колебаний.

Можно показать, что частота затухающих колебаний β_1 даже при большом влиянии сил трения мало отличается от частоты свободных колебаний β без учета сил трения. Проинтегрируем (8.15).

$$\varphi = \frac{M_0}{J\beta} \left[\frac{e^{-\frac{p}{2}\theta}}{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + \beta^2} \left(-\frac{p}{2} \sin \beta\theta - \beta \cos \beta\theta \right) \right]_0^t = \frac{M_0}{J\beta \left(\frac{p^2}{4} + \beta^2\right)} \left[\beta - \frac{\frac{p}{2} \sin \beta t + \beta \cos \beta t}{e^{\frac{p}{2}t}} \right]. \quad (8.16)$$

ПРИМЕР 8.1. Рассмотрим пример, чтобы оценить влияние трения на .максимальные динамические нагрузки. Пусть для линейной упругой муфты (рис.8.1) известны

- коэффициент жесткости $c = 52,5 \frac{Нм}{град} = 3 \cdot 10^3 \frac{Нм}{рад}$,

- коэффициент поглощения $\phi = 0,63$,

- моменты инерции

$$J_1 = 10,0 \text{ Нс}^2 \text{ м}^{-1}; \quad J_2 = 4,0 \text{ Нс}^2 \text{ м}^{-1}$$

Тогда приведенный момент инерции

$$J = \frac{J_1 J_2}{J_1 + J_2} = \frac{10 \cdot 4}{14} = 2,86 \text{ Нс}^2 \text{ м}^{-1}$$

Частота собственных колебаний

$$\beta_1 \approx \beta = \sqrt{\frac{c}{J}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 10^3}{2,86}} = 32,4 \text{ с}^{-1}$$

Период колебаний

$$T = 2\pi / \beta = 0,194 \text{ с}$$

Из (8.7) и (8.14) имеем

$$p = \frac{2\delta}{\tau} = \frac{2 \cdot \frac{1}{2} \phi}{\tau} = \frac{0,63}{0,194} = 3,24 \text{ с}^{-1}$$

Определим угол βt , при котором в амплитуде колебаний наступает первый максимум. Это происходит при $t = \tau / 2$.

$$\frac{\beta \tau}{2} = \frac{32,4 \cdot 0,194}{2} = 180^\circ.$$

Таким образом, в выражении (8.16) при $t = \tau / 2$ действительно имеем

$$\sin \beta \frac{\tau}{2} = 0; \quad \cos \beta \frac{\tau}{2} = -1.$$

Кроме того, из непосредственных вычислений видно, что величиной $(p / 2)^2$ можно пренебречь в сравнении с β^2 . Вычислив при $t = \tau / 2$

$$e^{\frac{p \cdot \tau}{2.2}} = e^{\frac{3,24 \cdot 0,194}{4}} = e^{0,157} = 1,17$$

приводим уравнение (8.16) к виду

$$\varphi_{\max} = \frac{M_0}{J\beta^3} \left(\beta + \frac{\beta}{1,17} \right) = \frac{M_0}{J\beta^2} 1,85.$$

Поскольку величина $J\beta^2 = c$, то $M_0/c = \varphi_{ст}$, где $\varphi_{ст}$ - статическая деформация муфты при действии вращающего момента M_0 .

Таким образом, максимальный угол деформации муфты (а, значит, и максимальная нагрузка на муфту) составляет 1,85 от статической. По истечению $t = \tau = 0,194$ сек. максимальная нагрузка составит 1,74 от статической, а при $t = \tau \cdot 1,5 = 0,291$ сек. эта

нагрузка снизится до 1,625 от статической. Если же вместо упругой муфты с трением установить упругую муфту без трения, то нетрудно убедиться, что максимальная нагрузка в такой муфте не зависит от времени и равна удвоенной статической.

8.2. ГАШЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ МЕТОДОМ АНТИРЕЗОНАНСА

Рассмотрим задачу о динамическом гашении крутильных колебаний, задачу, которая имеет большое практическое значение. Будем рассматривать внешние моменты $M_1(t)$ и $M_2(t)$ в уравнении (8.3) как состоящие из двух частей: постоянной и переменной, т.е.

$$\begin{aligned} M_1(t) &= M_{01} + M_{п1}, \\ M_2(t) &= M_{02} + M_{п2}, \end{aligned} \quad (8.17)$$

Где M_{01} и M_{02} - постоянные составляющие вращающих моментов, $M_{п1}$ и $M_{п2}$ - переменные, периодически меняющиеся составляющие моментов.

Из равновесия модели следует, что $M_{01} = M_{02} = M_0$.

Постоянная составляющая момента не создает колебания в упругой муфте и потому из дальнейшего рассмотрения эта составляющая исключается. Разложим моменты $M_{п1}$ и $M_{п2}$ в ряды Фурье. Тогда справедливы следующие формулы

$$\begin{aligned} M_{п1} &= \sum M_{1i} \sin(i\omega t + \alpha_i), \\ M_{п2} &= \sum M_{2i} \sin(i\omega t + \gamma_i), \end{aligned} \quad (8.18)$$

где ω - угловая скорость вращения муфты, α_i и γ_i - фазовые углы сдвига каждого из вращающих моментов, $1 \leq i \leq n$ - порядковый номер гармоники в разложении Фурье. n - общее число гармоник.

Известно, что наибольшее влияние оказывает первая гармоника. Поэтому ограничимся в выражении (8.18) $i = n = 1$ и в дальнейшем опустим индекс i . Тогда в соответствии

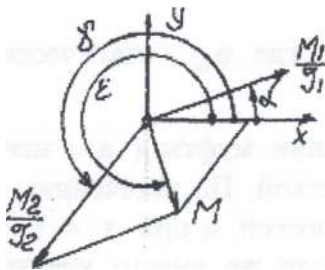
$$\frac{M_{п1}}{J_1} = \frac{M_1}{J_1} \sin(\omega t + \alpha); \quad \frac{M_{п2}}{J_2} = \frac{M_2}{J_2} \sin(\omega t + \gamma). \quad (8.19)$$

Найдем вектор

$$\overline{M} = \overline{\frac{M_1}{J_1}} + \overline{\frac{M_2}{J_2}}. \quad (8.20)$$

Для этого в координатных осях x и y изобразим векторы $\overline{\frac{M_1}{J_1}}$ и $\overline{\frac{M_2}{J_2}}$ под углами α и γ к оси x соответственно (эти углы должны быть заданы) (Рис.8.4)

Проекции векторов $\overline{\frac{M_1}{J_1}}$ и $\overline{\frac{M_2}{J_2}}$ на ось y дают величины $\overline{\frac{M_{п1}}{J_1}}$ и $\overline{\frac{M_{п2}}{J_2}}$. Вектор \overline{M} находится как геометрическая сумма векторов $\overline{\frac{M_1}{J_1}}$ и $\overline{\frac{M_2}{J_2}}$



$$M = \sqrt{\frac{M_1^2}{J_1^2} + \frac{2M_1M_2}{J_1J_2} \cos(\alpha - \gamma) + \frac{M_2^2}{J_2^2}}. \quad (8.21)$$

Угол наклона вектора M к оси x

$$\varepsilon = \operatorname{arctg} \left[\frac{\frac{M_1}{J_1} \sin \alpha + \frac{M_2}{J_2} \sin \gamma}{\frac{M_1}{J_1} \cos \alpha + \frac{M_2}{J_2} \cos \gamma} \right].$$

При вращении вектора
 $M \sin(\omega t + \varepsilon)$

(8.22)

с угловой скоростью ω он оказывает на модель то же действие, что и два вектора в выражении (8.19). Поэтому правая часть уравнения (8.3) может быть записана в виде (9.117).

Представим уравнение (8.22) в виде

$$\varphi'' + p\varphi' + q\varphi = M \sin(\omega t + \varepsilon), \quad (8.23)$$

Где $p = \alpha \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right)$ и $q = c \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right)$.

Общее решение неоднородного уравнения (8.23) состоит из общего решения однородного уравнения, т.е. того же уравнения (8.23), в котором правая часть равна нулю, и какого-то частного решения этого уравнения. Колебания, определяемые общим решением однородного уравнения при наличии трения, быстро затухают и потому не представляют интереса в настоящей задаче. Обратимся к нахождению частного решения уравнения (8.23). Будем искать это частное решение в виде

$$\varphi = A \cos(\omega t + \lambda) + B \sin(\omega t + \lambda) \quad (8.24)$$

Продифференцируем (8.24) дважды и подставим эти производные в уравнение (8.23). В результате этой подстановки появляется возможность определить постоянные A и B в уравнении (8.24):

$$\text{Представим } A = D \sin \xi \quad \text{и} \quad B = D \cos \xi. \quad (8.25)$$

$$\text{Тогда} \quad D = \sqrt{A^2 + B^2},$$

$$\xi = \operatorname{arctg} \frac{A}{B}.$$

Для получения частного решения уравнения (8.23) воспользуемся преобразованиями уравнения (7.12 и получение уравнения (7.20)

Тогда частное решение уравнения (8.23) получаем в виде:

$$\varphi = \frac{M \sin(\omega t + \varepsilon + \xi)}{\sqrt{(q - \omega^2)^2 + p^2 \omega^2}} \quad (8.26)$$

Максимальная деформация муфты при заданных ее параметрах будет при

$\sin(\omega t + \varepsilon + \xi) = 1$, то есть

$$\varphi_{\max} = \frac{M}{\sqrt{(q - \omega^2)^2 + p^2 \omega^2}}. \quad (8.27)$$

Значениями φ_{\max} можно регулировать изменяя значения коэффициентов q

и p при заданном ω . Наиболее неблагоприятный случай будет, когда

$q = \omega^2$; этот случай соответствует резонансу, с которым мы уже встречались. Исследуем зависимость (8.27) при различных значениях величины p .

Положим для определенности $q = \beta^2$ (при $p = 0$ β равно частоте собственных колебаний). Тогда

$$\varphi_{\max} = \frac{M}{D_1}, \quad (8.28)$$

Где

$$D_1 = \beta^2 \sqrt{(1 - \lambda^2)^2 + \gamma^2 \lambda^2}; \quad \lambda = \frac{\omega}{\beta}; \quad \gamma = \frac{p}{\beta}.$$

Максимум функции (8.28) будет при минимуме знаменателя. Найдем этот минимум. Для этого по известному правилу найдем производную от $D_1(\lambda)$ и приравняем ее нулю

$$D_1'(\lambda) = \frac{2(1 - \lambda^2)(-2\lambda) + \gamma^2 2\lambda}{\beta^2 2\sqrt{(1 - \lambda^2)^2 + \gamma^2 \lambda^2}}. \quad (8.29)$$

$$D_1' = 0 \quad \text{при} \quad -4\lambda(1 - \lambda^2) + 2\gamma^2 \lambda = 0 \quad (8.30)$$

Откуда получаем

$$\lambda = \sqrt{1 - \frac{\gamma^2}{2}}. \quad (8.31)$$

Подставим (8.31) в (8.28) и получаем

$$\varphi_{\max} = \frac{M}{\beta^2 \gamma \sqrt{1 - \frac{\gamma^2}{2}}}. \quad (8.32)$$

На рис.8.5 представлены графики функций $\varphi_{\max} = \varphi(\lambda)$ при различных γ , из которых видно, что имеется достаточно эффективный способ снижения φ_{\max} . Он заключается в назначении $\lambda > 1,5$. При этом остается проблема прохождения машиной резонансного режима при разгоне и остановке. В машиностроении эту проблему решают разными способами, которые здесь не обсуждаются.

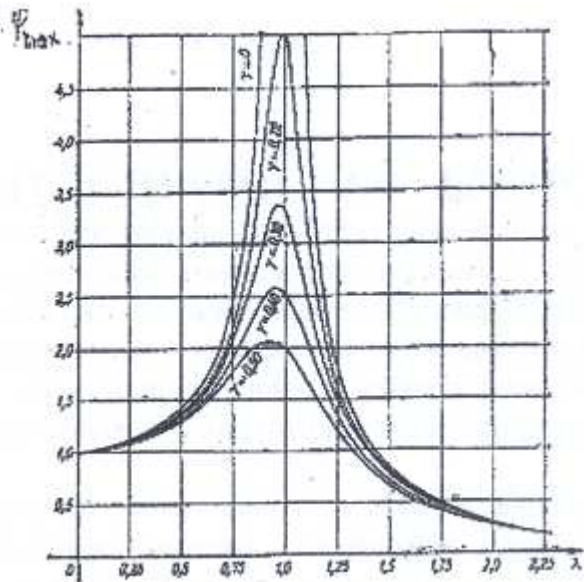


Рис. 8.5

Рассмотрим способ гашения динамических нагрузок с использованием явления антирезонанса. Рассмотрим динамическую модель, состоящую из диска 1, который имеет момент инерции I , и соединен с неподвижной опорой упругим валом 2, жесткость которого c . К диску 1 приложен периодический момент (рис.8.6)

$$M = M_0 \cos \omega t$$

Максимальная деформация упругого вала в этой одномассовой модели определяется частным решением уравнения движения

$$J_1 \varphi'' + c\varphi = M_0 \cos \omega t \quad (8.33)$$

Это частное решение ищется в виде

$$\varphi = A \cos \omega t \quad (8.34)$$

Выберем c из условия

$$c / J_1 = \omega^2 \quad (8.35)$$

При этом имеет место резонанс.

Присоединим, далее, к диску 1 диск 3 на упругом валу 4, жесткость вала $4c_g$

(рис.8.6,a), момент инерции диска 3 J_2 . Мы получили двухмассовую модель.

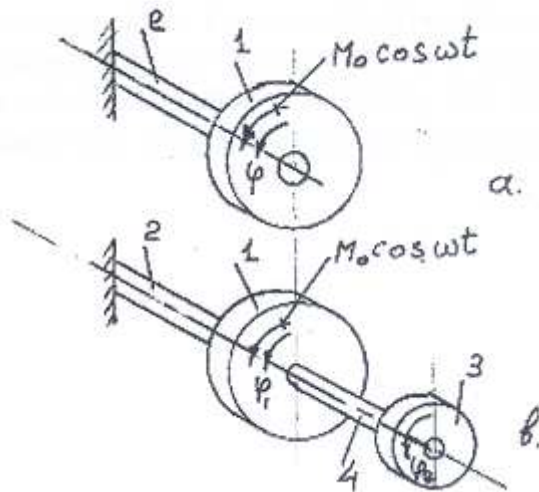


Рис.8.6

Уравнения движения каждой из масс этой модели

$$\begin{aligned} J_1 \ddot{\varphi}_1 + c \varphi_1 + c_g (\varphi_1 - \varphi_2) &= M_0 \cos \omega t, \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 - c_g (\varphi_1 - \varphi_2) &= 0. \end{aligned} \quad (8.36)$$

Частные решения этих уравнений будем искать в виде

$$\varphi_1 = A_1 \cos \omega t \quad \text{и} \quad \varphi_2 = A_2 \cos \omega t \quad (8.37)$$

Продифференцировав (8.37) дважды и подставив эти производные в уравнения (8.36), получим амплитуды деформаций валов 2 и 4.

$$A_1 = \frac{M_0 \left(\frac{c_g}{J_2} - \omega^2 \right)}{J_1 \Delta}; \quad A_2 = \frac{M_0 \frac{c_g}{J_2}}{J_1 \Delta}, \quad (8.38)$$

Где
$$\Delta = \frac{c_g}{J_2} \left(\frac{c_1}{J_1} - \omega^2 \right) - \omega^2 \left(\frac{c_1 + c_g}{J_1} - \omega^2 \right).$$

Из(8.38) видно, что при

$$\frac{c_g}{J_2} = \omega^2 \quad (8.39)$$

амплитуда колебаний $A_1 = 0$, но выше мы показали, что при условии (8.35) и отсутствии диска 3 имеет место резонанс. Теперь, если удовлетворить условие(8.39), то при заданном ω не только не будет резонанса, но и вообще будут погашены колебания диска 1. В этом и заключается метод гашения колебаний с помощью явления антирезонанса.

Следует все же отметить, что это гашение колебаний возможно, если частота возмущающей силы ω строго постоянна. Кроме того, погасив этим методом колебания при частоте ω , в рассматриваемой модели могут возникнуть резонансные колебания при некоторых

значениях величин c_1 / J_1 и c_g / J_2 , которые определяются из условия $\Delta = 0$.

Преобразуя величину $\Delta = 0$, можно показать, что резонансных режимов только два.

8.3. ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ СНИЖЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК В ИМПУЛЬСНОМ ВАРИАТОРЕ

Опыт применения импульсных вариаторов свидетельствовал, что наиболее слабым звеном в них являются обгонные муфты. Повышения надежности и несущей способности этих вариаторов мы видели в снижении действующих динамических нагрузок на это наиболее слабое звено конструкции.

Импульсный вариатор относится к механическим системам переменной структуры. Такие системы широко распространены в машиностроении. Их описание и исследование имеет большой научный и практический интерес. Описание и исследование систем переменной структуры стало возможным после появления электронных вычислительных машин.

В настоящем исследовании рассматривается машинный агрегат, состоящий из асинхронного двигателя (ЭД), импульсного вариатора ВК, описанный ранее, (ИВ) и рабочей машины (РМ) (Рис. 8.7).. Агрегат совершает установившееся движение при постоянном моменте сил сопротивления M_c и эпизодическим регулированием.

Непосредственному исследованию предшествовало составление уравнений движения машинного агрегата.

Работа вариатора с эпизодическими регулировками (этот режим назван нами режимом редуцирования) представляется последовательным чередованием следующих двух фаз движения .

1 .При отсутствии выбега: вынужденное движение (работа одного преобразующего механизма (ПМ) совместно с присоединенной к нему обгонной муфтой) и совместная работа двух ПМ в течение их переключения, когда один ПМ заканчивает рабочий ход, а другой - его начинает.

2.При наличии выбега: вынужденное движение и свободный выбег.

Напомним , что свободный выбег (или, просто, выбег) является следствием того факта, что обгонные муфты накладывают односторонние неустойчивые связи. Это приводит к тому, что при определенных соотношениях ускорений ведущей и ведомых частей вариатора структура вариатора распадается : ведущая часть движется под действием двигателя, а ведомая - по инерции совершает выбег .

При выводе уравнений динамики для каждой фазы движения были приняты в качестве исходных следующие допущения:

- Машинный агрегат представляется в виде двухмассовой модели, при этом наибольшие значения моментов инерции связаны с ведущим и ведомым валами вариатора.
- Зазоры в кинематических цепях агрегата отсутствуют.
- Пренебрегаем податливостью всех звеньев агрегата по сравнению с податливостью обгонной муфты.

Тогда динамическая модель агрегата для фазы вынужденного движения состоит (Рис. 8.7,а) из двух сосредоточенных моментов инерции, приведенных к ведущему (J_1) и ведомому (J_2) валам вариатора, и двух моментов инерции, представляющих инерционные свойства электромагнитной связи в электродвигателе : момента инерции электромагнитного поля статора (J_0) и момента инерции демпфера (J'_0) (его координата ϕ'_0).

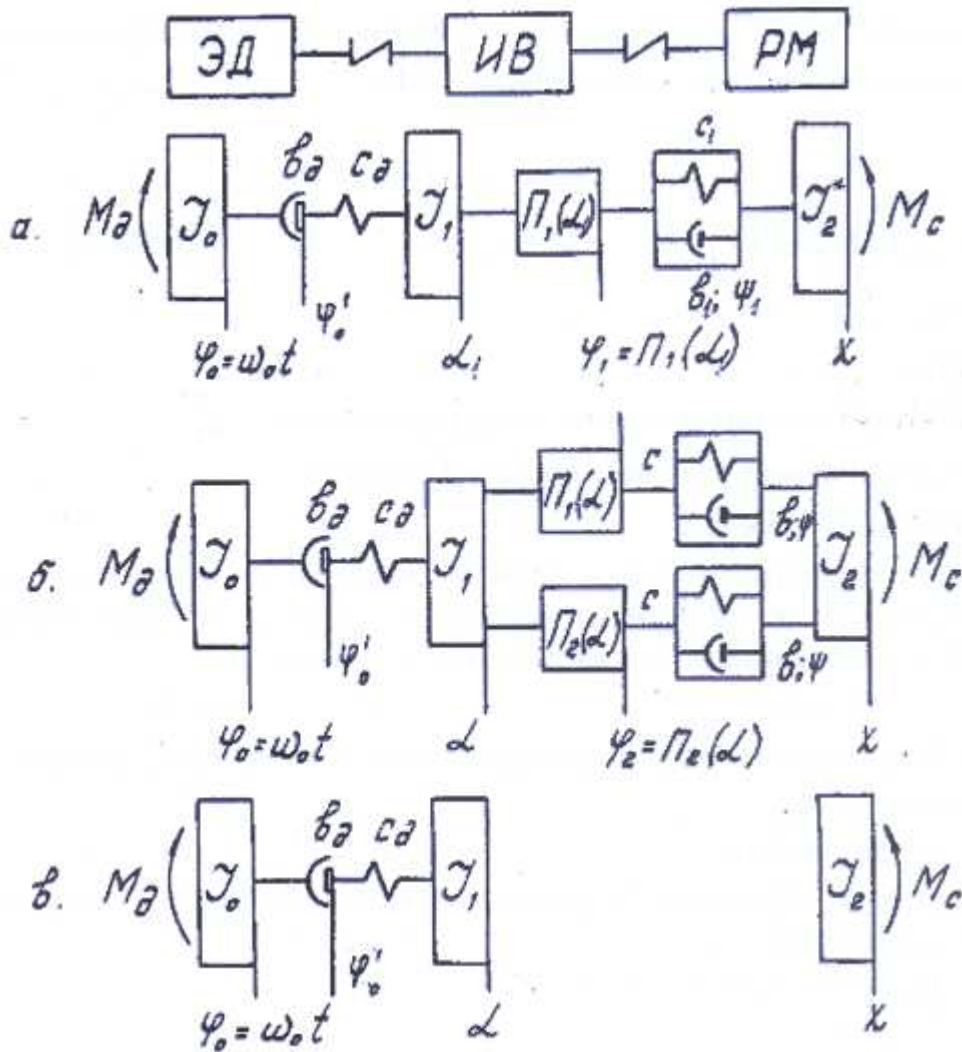


Рис.8.7

Моменты инерции соединены безинерционными связями, имеющими кинематические, упругие и демпфирующие свойства :

$\Pi_1(\alpha)$ - функция положения элементарного механизма (ЭМ), совершающего вынужденное движение

c и b - жесткость и коэффициент рассеивания, учитывающие свойства обгонных муфт;

c_D и b_D - коэффициенты, учитывающие упругие и демпфирующие свойства электромагнитной связи в электродвигателе

$$c_D = \frac{1}{T_D \nu \omega_0}, \quad b_D = \frac{1}{\nu \omega_0}, \quad (8.40)$$

Где $\nu = \frac{S_K}{2M_K}$ - условный коэффициент жесткости статической характеристики электродвигателя;

$T_D = \frac{1}{\omega_C S_K}$ - электромагнитная постоянная времени;

ω_C - круговая частота напряжения электросети;

$\omega_0 = \frac{\omega_c}{P}$ - угловая скорость вращения магнитного поля;

P – число пар полюсов двигателя.

Значения критического скольжения S_K и критического момента M_K определяются по каталожным данным и по зависимостям:

$$\omega_c = 2\pi f_c; \quad S_H = \frac{n - n_H}{n_H}; \quad (8.41)$$

$$S_K = S_H (a + \sqrt{a^2 - 1}); \quad a = \lambda_m + 5(\lambda_m - 1)S_H; \quad M_K = \lambda_m M_H,$$

Где f_c - частота электросети;

S_H и M_H - номинальные скольжения и момент электродвигателя;

n и n_H - синхронная и номинальная угловые скорости (об/мин);

λ_m - кратность максимального момента.

Жесткость обгонной муфты принимаем переменной в соответствии с упругой ее характеристикой. Применительно к клиновым обгонным муфтам, которые были применены в вариаторе ВК эта зависимость при нагружении имеет вид:

$$M = c_0 \xi^n \quad (8.42)$$

где M и ξ - момент сил нагружения муфты и относительный угол поворота ведущих деталей муфты относительно ведомых;

c_0 и n - эмпирические коэффициенты.

В экспериментах с опытными образцами обгонных муфт вариатора ВК (напомним, что в вариаторе ВК применялись четыре обгонные муфты.) получены следующие значения этих коэффициентов:

$C = 2,785 \cdot 10^5; 2,09 \cdot 10^5; 11,34 \cdot 10^5; 3,56 \cdot 10^5$ кгс.м/рад

$n = 2,15; 2,3; 2,55; 2,35$.

При расклинивании зависимость (8.42) была аппроксимирована прямой, то есть $n = 1$. Величина жесткости при этом составила :

$c = 8,9 \cdot 10^5; 8,8 \cdot 10^5; 9,23 \cdot 10^5; 9,60 \cdot 10^5$ кгс.м/рад

Как свидетельствуют эти данные , экспериментальные результаты дают существенный разброс значений. Коэффициент рассеивания определялся из тех же экспериментов по формуле

$$\psi = \frac{S_1}{S} \quad (8.43)$$

где S_1 и S - площади ограниченные под кривыми нагружения и разгружения обгонных муфт.

Планиметрированием соответствующих площадей для исследуемых обгонных муфт получено $\psi = 0,6$. В дальнейшем нам потребуется приведенный коэффициент линейного демпфирования b , который вычисляется из формулы

$$b = \frac{\psi}{2\pi} \sqrt{J_2 c} \quad (8.44)$$

где J_2 - приведенный момент инерции масс, связанных с ведомым валом вариатора.

c - см. (8.42).

Из кинематики ПМ, который представлен кривошипно – коромысловыми механизмами, оказываются известными функции положения $\Pi(\alpha)$,

первая передаточная функция $\Pi^* = \frac{d\Pi(\alpha)}{d\alpha}$ и вторая передаточная

функция $\Pi^{**} = \frac{d\Pi^*(\alpha)}{d\alpha}$

на рабочем ходе..

Для получения уравнений, описывающих рассматриваемые модели (Рис.8.7) был использован метод составления уравнений динамики с применением уравнений Лагранжа 11 рода с неопределенными множителями.

Мы здесь не приводим математические преобразования, связанные с применением уравнений Лагранжа 11 рода из-за их громоздкости и необходимости объяснений выполняемых шагов.

По этим же причинам мы также не приводим системы полученных уравнений и программу расчета по этим уравнениям.

Уравнения, которые были получены, были использованы для исследования влияния различных факторов на движение рассматриваемого машинного агрегата (Рис.8.7).

Влияние того или иного фактора на установившееся движение машинного агрегата с импульсным вариатором выяснялось путем расчета по полученным формулам с учетом и без учета того или иного фактора.

Результаты этих расчетов позволяют сделать следующие выводы.

1. Сравнение результатов расчетов, в которых учитывается динамическая характеристика электродвигателя, и по уравнениям, при выводе которых положено, что скорость ведущего вала вариатора $q_2^* = \omega_c$, где ω_c - среднее значение скорости ведущего вала вариатора (здесь мы предположили, что колебания скорости ведущего вала вариатора не влияют на функции положения и передаточные функции ПМ), а ускорение ведущего вала вариатора $q_2^{**} = 0$, свидетельствуют о незначительном влиянии динамической характеристики электродвигателя на установившееся движение машинного агрегата.

2. Сравнение результатов расчета с учетом фазы совместной работы и без учета этой фазы свидетельствует, что значения коэффициентов неравномерности движения δ и динамичности k_d принимали значения на 15...20% большими в сравнении с результатами, когда исключалась из расчетов фаза совместной работы.

При этом коэффициент динамичности определялся из выражения

$$k_d = \frac{M_{5\max}}{M_c} = \frac{q_{5\max}}{q_c},$$

(8.45)

Где $M_{5\max}$, $q_{5\max}$ и M_c , q_c - максимальные (определенные из динамического расчета) и статические (средние по динамическому расчету) значения вращающего момента и деформации на упругом элементе модели.

3. Выполнялись расчеты по нелинейной упругой характеристике обгонной муфты. Результаты этих расчетов сравнивались с результатами тех же расчетов, но при линеаризованной упругой характеристике обгонной муфты. Результаты этих сравнительных расчетов показали, что по линеаризованной жесткости дают

ту же качественную картину протекания процесса, что и при нелинеаризованной жесткости, однако линеаризация жесткости обгонной муфты приводит к увеличению амплитудных значений ускорений на выходном валу вариатора и деформации на упругом элементе модели примерно на 20..25%.

4. Для упрощения расчетов существенно аппроксимация функций положения и передаточных функций ЭМ. Наиболее удобной при этом оказалась представление участка активного хода на графике первой передаточной функции в виде участка квадратичной параболы вида

$$\Pi^{\bullet} = a_0 (\alpha - \alpha_c)^2 + b_0.$$

(8.46)

Тогда остальные передаточные функции имеют вид

$$\Pi = \frac{1}{3} a_0 (\alpha - \alpha_c)^3 + b_0 (\alpha - \alpha_c) + \varphi_c ;$$

$$\Pi^{\bullet\bullet} = 2a_0 (\alpha - \alpha_c),$$

Где

$$a_0 = -\frac{12}{\Delta\alpha^2 i_c} \left(\frac{\Delta\alpha}{2 \sin \frac{\Delta\alpha}{2}} - 1 \right); \quad b_0 = \Pi^{\bullet}_{\max} = \frac{\Delta\alpha}{2 i_c \sin \frac{\Delta\alpha}{2}},$$

$$\alpha_c = 0,5(\alpha_1 + \alpha_2); \quad \Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1; \quad \varphi_c = 0,5(\varphi_1 + \varphi_2).$$

i_c - среднее передаточное число вариатора,

$\alpha_1, \alpha_2, \varphi_1, \varphi_2$ - углы, определяющие положение ЭМ в начале и конце рабочего хода (см. рис.8.8)

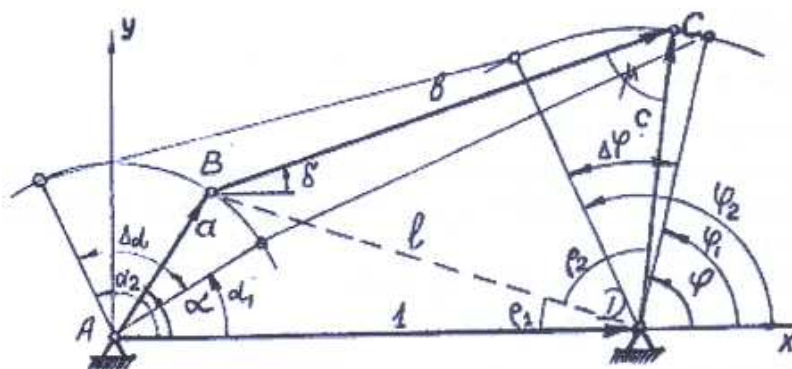


Рис.8.8

Расчеты по уравнениям с неаппроксимированными и аппроксимированными функциями положения и передаточными функциями показали правомерность такой аппроксимации.

5. Определенный интерес представляло уменьшить хотя бы на одно уравнение число уравнений, описывающих систему Рис.8.7. Такая возможность представилась применительно к определению угловой скорости ω ведущего вала вариатора. Мы здесь не приводим из-за громоздкости выкладок решение этой задачи.

В результате решения этой задачи был построен график (Рис.8.9), из которого по заданному

$$\rho = \sqrt{\frac{J_1}{J_2}},$$

Где J_1 и J_2 - моменты инерции масс, приведенных в ведущему и ведомому валам вариатора;

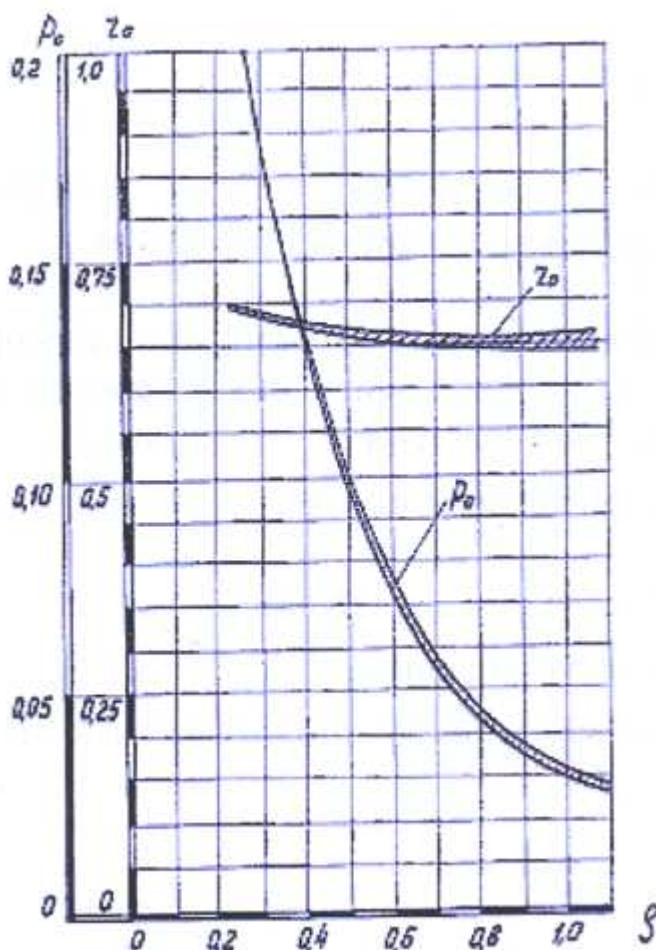


Рис.8.9

Определяются значения p_0 и r_0 и вычисляются

$$\omega = \omega_0 \left[1 + p_0 r_0 - \frac{4 p_0 (\alpha - \alpha_1)}{\Delta \alpha} \left(1 - \frac{\alpha - \alpha_1}{\Delta \alpha} \right) \right],$$

Где ω_0 - угловая скорость вращения магнитного поля статора электродвигателя,

α и α_1 - углы поворота ведущего звена ЭМ, отсчитываемые от начала рабочего хода.

Нагрузка на детали вариатора складывается из двух составляющих: статической части и динамической. Статическую составляющую не представляется возможным изменить, она определяется условием задачи. Представляет интерес получить рекомендации для снижения динамической составляющей.

В результате исследования влияния различных факторов на установившееся движение машинного агрегата было установлено, что наибольшие значения

динамических нагрузок (определение этих нагрузок и является конечной целью исследования) имеют место в случае движения машинного агрегата без выбега и без учета фазы совместной работы. Тогда остается только режим вынужденного движения. Были применены к нему те аппроксимации, которые исследованы нами выше. Как показали последующие сравнительные расчеты, эта модель дает достаточную точную для практики картину поведения агрегата, когда жесткость обгонной муфты оказывается значительно большей, чем жесткость муфты, соединяющей выходной вал вариатора с рабочей машиной. Итак, рассматривается модель, описывающая машинный агрегат без учета:

- динамической характеристики электродвигателя,
- переключения ЭМ,
- выбега ведомого вала,
- переменной жесткости обгонных муфт.

Для такой модели было составлено уравнение установившегося движения и были определены коэффициенты динамичности

$$\chi = \frac{q_{\max}}{q_c}$$

(8.47)

Где q_{\max} - максимальная деформация на упругом элементе модели, которую мы отождествляем с обгонной муфтой,

$$q_c = \frac{M_c}{c} \quad \text{деформация на упругом элементе модели от статической}$$

нагрузки,

M_c - момент сил сопротивления, считается заданным,

c - коэффициент жесткости линеаризированной характеристики упругого элемента.

При вычислении по ((8.47) нас интересовали максимальные значения χ . Значения χ вычислялись для параметров машинного агрегата, который в дальнейшем исследовался экспериментально..

Значительно интереснее нам представилось исследовать аналитически и экспериментально снижение динамической нагрузки на обгонную муфту в случае применения метода антирезонанса.

После всех упрощений исходной системы уравнений было важно установить насколько достоверно применять метод антирезонанса для описания столь сложной системы после сделанных упрощений

В аналитической части решения этой задачи рассматривалась динамическая модель машинного агрегата с импульсным вариатором в фазе вынужденного движения (рис.8.10), в которой, в отличие от ранее рассмотренной модели, масса рабочей машины, приведенная к ведомому валу, рассредоточена на две с моментом инерции J_2 и J_3 . Между ними размещен упругий элемент, определяемый жесткостью c_2 и приведенным коэффициентом линейного демпфирования b_2 . Для общности решения между массами J_2 и J_3 установлен передаточный механизм с функцией положения Π_2 . Остальные обозначения те же, что и при рассмотрении фазы вынужденного движения на рис.8.7.

Вывод уравнений для описания модели (Рис.8.10) был выполнен с применением уравнений Лагранжа !! рода с неопределенными множителями. Вывод этих уравнений и сами уравнения мы здесь не приводим.

Идея метода антирезонанса состоит в том, чтобы минимизировать упругую деформацию на одном из элементов рассматриваемой системы. (В данном случае - упругом элементе, который имитирует обгонную муфту). Для определения параметров системы, при которых эта минимизация реализуется, необходимо получить выражение для упругой деформации на этом упругом элементе.

В теории колебаний доказывается, что колебания системы с n степенями свободы могут быть представлены в виде линейного наложения главных (собственных) гармонических колебаний. Это представление состоит в разложении рассматриваемой системы по собственным формам колебаний.

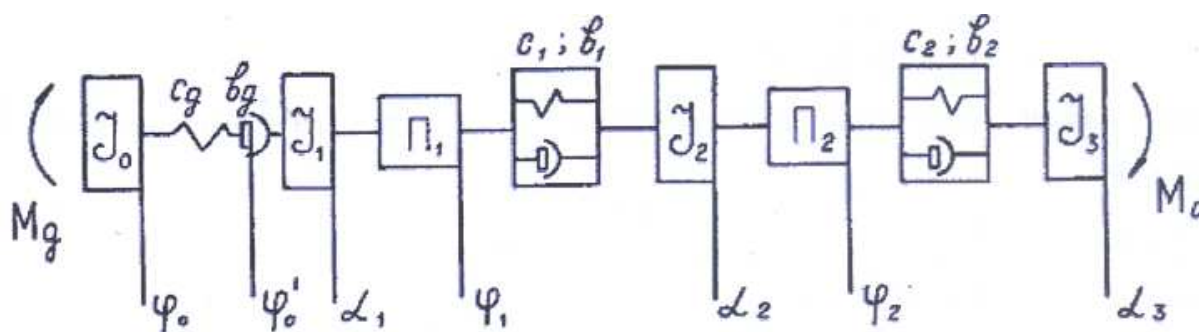


Рис.8.10

динамичности Методика разложения системы по собственным формам колебаний состоит, во-первых, в замене системы с возбуждением системой свободных колебаний без трения.

Эта (первая) часть решения настоящей задачи состоит в упрощении исходной системы уравнений. Для этого было принято $\omega = const; \Pi_i^* = i = const$

А также были приняты аппроксимации (8.45) и (8.46). Далее для удобства были введены новые координаты

$$\delta_1 = \alpha_2 - \varphi_1 \quad \text{и} \quad \delta_2 = i\delta_1 + (\alpha_3 - \varphi_2)$$

Тогда система уравнений принимает вид

$$\begin{aligned} J_2 \delta_1^{**} + c_1 - ic_2 (\delta_2 - i\delta_1) &= Q_1; \\ J_3 \delta_2^{**} + c_2 (\delta_2 - i\delta_1) &= Q_2 \end{aligned} \tag{8.48}$$

Где

$$\begin{aligned} Q_1 &= -b_1 \delta_1^* - ib_2 (\delta_2^* - i\delta_1^*) - J_2 \Pi_1^* \omega^2; \\ Q_2 &= -b_2 (\delta_2^* - i\delta_1^*) - M_c - J_3 i \Pi_1^* \omega^2. \end{aligned}$$

Далее были рассмотрены свободные колебания системы (8.48), то есть были приняты

$$Q_1 = Q_2 = 0.$$

(слушатели, очевидно, заметили, что мы все глубже входим в теорию колебаний и вынуждены пропускать без объяснений вводимые понятия и пропускать промежуточные выкладки.)

Далее записываются так называемые частотные уравнения, из которых определяются амплитуды колебаний A_1 и A_2 . Полученные выражения для амплитуд подставляем в одно из частотных уравнений и получаем уравнения для определения собственных частот колебаний k_1^2 и k_2^2 в виде решения квадратного уравнения.

Далее приступали к разложению системы по форме ее собственных колебаний. При этом каждой частоте соответствовала своя форма колебаний. Поэтому система распалась на две подсистемы, для которых вводились главные координаты x_1 и x_2 .

Дальнейшие громоздкие математические преобразования содержат получение уравнений для описания периодического движения рассматриваемой модели с привлечением метода ВКБ. В результате получено выражение для деформации упругого элемента δ_1 из уравнений (8.48). В этой громоздкой формуле потребовали соблюдения условия реализации явления антирезонанса. Далее необходимо было задаться величиной массы J_3 и собственной частоты k_2 . После этого были определены остальные неизвестные J_2, k_1, c_1 .

Конечно, мое изложение метода антирезонанса применительно к такой сложной системе, какой является импульсный вариатор, настолько фрагментарно и упрощено, что может претендовать только на иллюстрацию общего представления о методе.

В качестве примера аналитического определения параметров, удовлетворяющих условию антирезонанса, рассмотрены параметры машинного агрегата, который в дальнейшем подвергся экспериментальной проверке.

В этом примере были использованы полученные выше результаты вычисления коэффициента на упругом элементе машинного агрегата, работающего в фазе вынужденного движения. Затем были вычислен коэффициент динамичности на упругом элементе c_1 модели Рис.8.10.

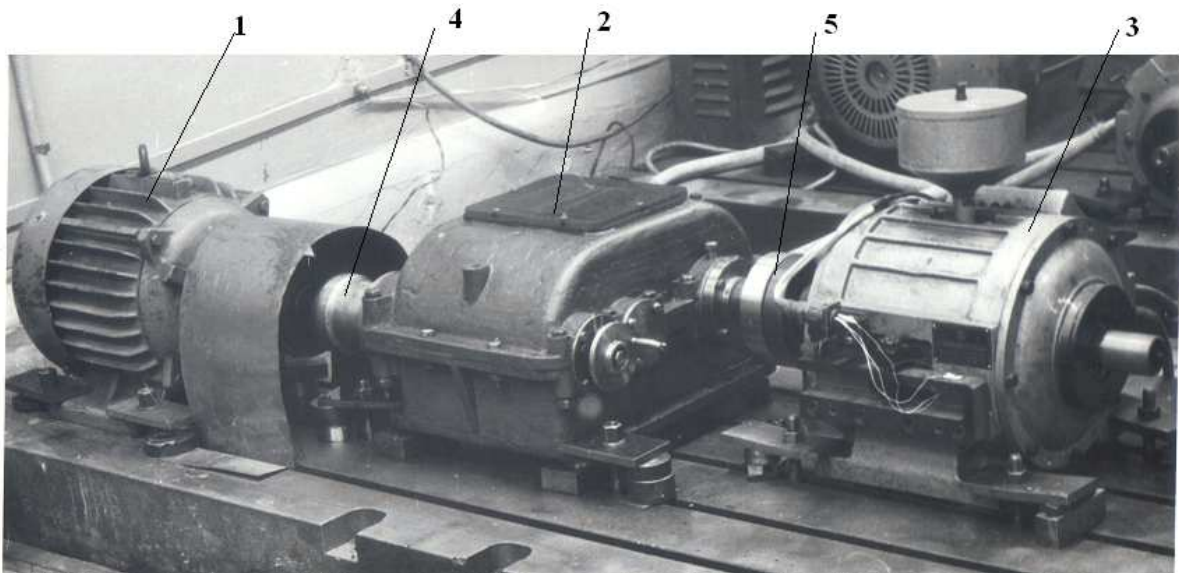
Рис.8.11

Соответствующие вычисления показали, что с помощью примененного здесь метода антирезонанса динамическая нагрузка на обгонные муфты вариатора уменьшена в 30 раз.

Но надо понимать, что эта динамическая нагрузка не исчезла, она перенесена на упругий элемент c_2 , специально для этого созданный.

8.4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА МЕТОДА АНТИРЕЗОНАНСА.

Установка для экспериментов (Рис. 8.11) состояла из асинхронного электродвигателя 1, мощностью 3 кВт и синхронной скоростью вращения 1000 об/ мин, импульсного вариатора 2 и порошкового тормоза ПТ-100М 3



Электродвигатель и вариатор соединялись упругой муфтой 4, а вариатор и тормоз - упругой муфтой (Рис.8.12) с торсионом (Рис.8.13) или жесткой муфтой 5. В состав установки входили набор инерционных масс, которые можно было устанавливать на свободный конец вала тормоза.

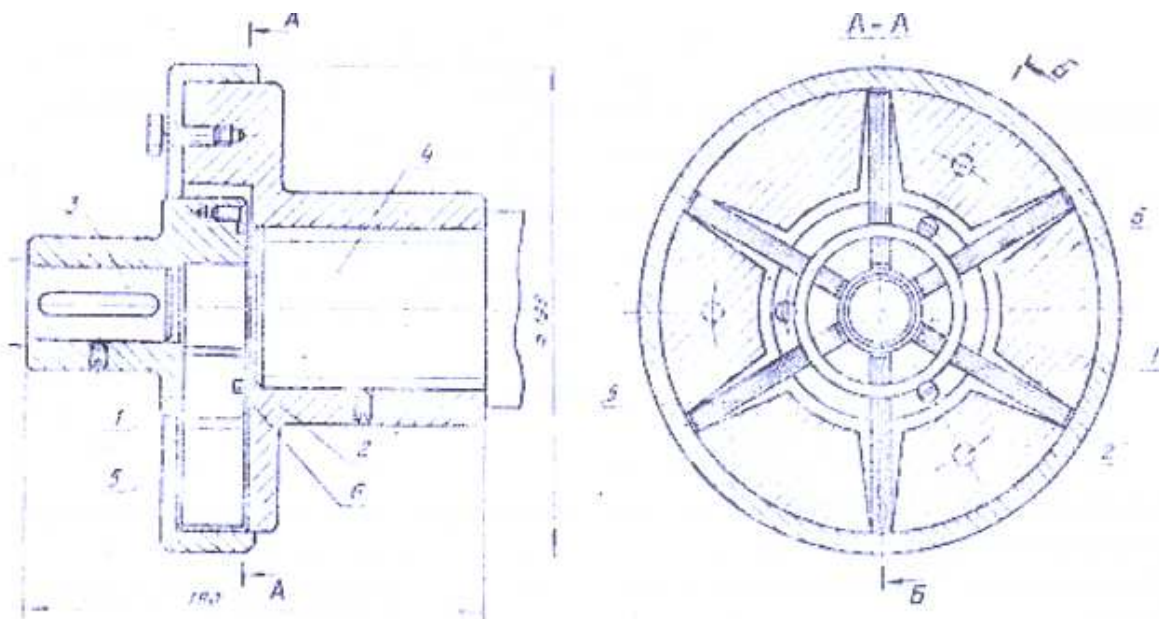


Рис.8.13

Техническая характеристика вариатора ВК

Номинальная мощность, кВт	5,5.
Максимальный вращающий момент на выходном валу, Нм .	300.
Частота вращения ведущего вала, об/мин	1000.
Максимальная частота вращения ведомого вала $n_{тах}$	
без нагрузки, об/мин	185.
Диапазон регулирования, об/мин	от 0 до $n_{тах}$.
Падение скорости вращения ведомого вала при изменении	
момента сопротивления от 0 до 300 Нм ,%	12- 15.
Габариты, мм.....	490-530-300.
Масса, кг	105.
Размеры звеньев ЭМ, мм..... кривошип от 0 до 12,	
шатун.....	103,

коромысло.....58,
стойка.....170.

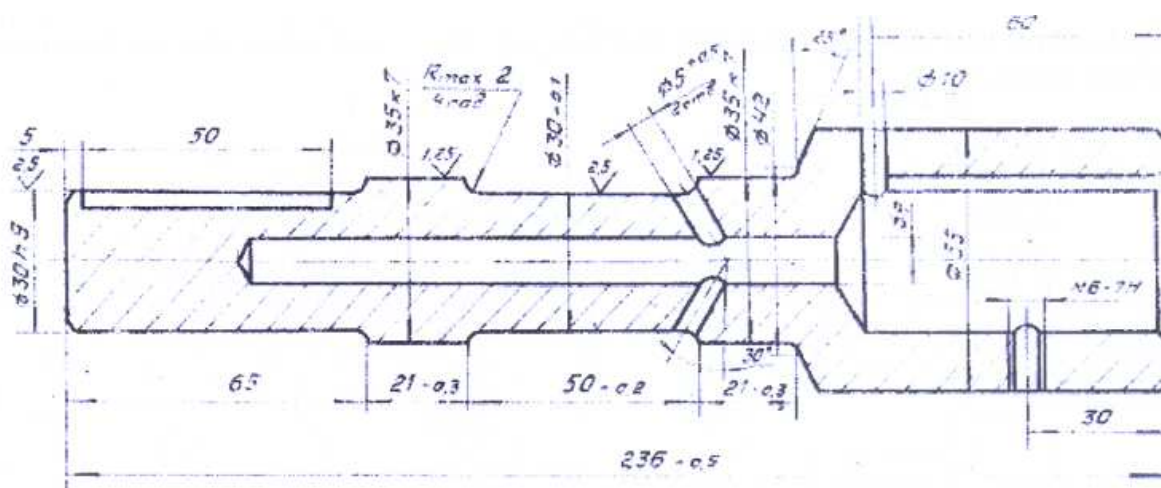


Рис.8.14

Методика эксперимента.

Для проверки справедливости теоретических расчетов метода антирезонанса применительно к машинному агрегату с импульсным вариатором в экспериментах испытывались две установки. Различались эти установки только тем, что одна из них имела жесткую муфту в соединении вала вариатора и тормоза (эта установка соответствовала двухмассовой модели машинного агрегата), а вторая в этом соединении жесткая муфта заменялась на упругую по рис.8.13с торсионным валом (рис.8.14) (эта установка соответствовала трехмассовой модели и ее параметры определялись из условия реализации метода антирезонанса.) Параметры установок могли быть изменены путем установки дополнительных масс, которые монтировались на вал тормоза. Остальные параметры, размеры и методы измерений для обеих установок были одинаковыми.

Измерительный комплекс включал в себя следующее оборудование: -

- торсионный вал, на который были наклеены тензодатчики для замера вращающего момента;
- ртутный токосъемник, установленный на свободном конце выходного вала вариатора для съема показаний с вращающегося вала;
- на камертоне тормоза 3 были наклеены тензодатчики для замера статического момента сопротивления;
- выпрямитель для питания обмоток тормоза. Напряжение тока в обмотках тормоза определяло тормозной момент, создаваемый тормозом;
- тензометрическая станция ТА -5 для приема и усиления сигналов от тензодатчиков;
- Шлейфовый осциллограф К-115 для записи сигналов тензодатчиков. Сигналы записывались на фотопленку шириной 60мм.;
- тахометры ТЧ-10-Р часового типа для определения средней скорости вращения

ведущего и ведомого валов.

Использованию измерительных приборов предшествовала их тарировка.

Проведению экспериментов предшествовало, во-первых, определение моментов инерции деталей и приведение их к ведущему и ведомым валам моделей и, во-вторых, определение упругих и демпфирующих характеристик упругих элементов (торсионного вала, упругой муфты, обгонных муфт). Полученные характеристики известным методом были линеаризованы. Наконец, были протарированы тензодатчики. Все тарировки проводились в статическом состоянии.

Обработка экспериментальных данных заключалась в снятии с осциллограмм нескольких (обычно 20-ти) максимальных M_{\max} и минимальных M_{\min} значений вращающего момента на торсионном валу. По этим данным вычислялись средние M_{\max} и M_{\min} , эти значения принимались за действующие вращающие моменты. Далее вычислялось

$$M_c = 0,5(M_{\max} + M_{\min}),$$

которое принималось за статический вращающий момент на торсионном валу.

Амплитудное значение вращающего момента на том же валу

$$M_A = M_{\max} - M_c$$

Далее определялись статическая Δ_c и динамическая Δ_d составляющие деформаций на торсионном валу.

Эти деформации были сравнены с результатами расчета двухмассовой модели и свидетельствовали об удовлетворительном совпадении расчетных и экспериментальных результатов.

Установка упругой муфты вместо жесткой и установка на валу тормоза дополнительных грузов с тем, чтобы удовлетворить условиям метода антирезонанса, позволили проверить достоверность этого метода применительно к рассматриваемой модели. В этих экспериментах и расчете сравнивались деформации на торсионном валу. При этом жесткость торсионного вала и обгонной муфты рассматривалась как приведенная жесткость упругого элемента C_1 , а за C_2 принималась жесткость упругой муфты. Сравнение расчетов этой трехмассовой модели с результатами эксперимента показали, что нагрузка на обгонную муфту (вместе с торсионным валом) уменьшилась в 29 раз, что хорошо согласуется с результатом рассмотренного выше примера.

Несмотря на столь впечатляющий результат, следует отметить тот известный факт, что метод антирезонанса применим для снижения динамической нагрузки на наиболее слабое звено механизма только в том случае, если привод осуществляется с постоянной скоростью, как это имеет место в нашем случае привода от асинхронного электродвигателя.

В случае, если это условие не соблюдается, например, это имеет место в случае привода от двигателя внутреннего сгорания, то для уменьшения динамической нагрузки на какое-либо звено необходимо применять другой метод.

8.5 МАЯТНИКОВЫЙ ГАСИТЕЛЬ КОЛЕБАНИЙ

В технической литературе описаны еще два метода гашения колебаний, которые не имеют ограничений в их применении, указанных выше. Это метод гашения с помощью маятникового гасителя и с помощью фрикционного демпфера. Мы здесь опишем маятниковый гаситель. Пусть имеется диск (Рис. 8.15), вращающийся со скоростью

$$\omega_1 = \omega + \Delta$$

где ω - скорость равномерного вращения,

Δ - колебательное вращательное движение,

$$\Delta = D \sin n\omega t, \quad (8.49)$$

D - амплитуда колебаний,

n - число колебаний за один оборот диска.

В некоторой точке B к диску свободно прикреплен стержень L с массой m на свободном конце. Поскольку диск вращается неравномерно, то при ускорении диска в направлении вращения масса m по инерции отклонится от направления OB . Когда изменится знак ускорения, масса m займет относительно OB противоположное положение. Центробежная сила, действующая на массу m

$$C = \rho \omega^2 m.$$

•

где $\rho = OA$. Обозначим $OB = R$, $AB = L$ и разложим силу C на две:

$$N = C \cos \beta;$$

$$T = C \sin \beta,$$

где β - см. рис. 8.15. Из $\triangle OAB$ имеем

$$\frac{R}{\sin \beta} = \frac{\rho}{\sin(180 - \theta)} = \frac{\rho}{\sin \theta}.$$

Ввиду малости θ и β примем $\sin \theta = \theta$, $\cos \beta = 1$ и $\rho = R + L$.

$$\text{Тогда} \quad N = m\omega^2 (R + L);$$

$$T = m\omega^2 R\theta.$$

(8.50)

Масса m участвует в двух вращательных движениях: относительно точки B и одновременно - относительно точки O . Поэтому тангенциальные ускорения от этих вращений складываются и их сумма равна

$$L\theta'' + (R + L)\Delta''.$$

Здесь Δ'' и θ'' - угловые ускорения или, иначе, вторые производные соответствующих углов по времени.

$$m = \frac{M_{ин}}{\omega^2 (R+L) R \theta_{\max}}, \quad (8.56)$$

Где θ_{\max} - максимальное значение θ ; этой величиной следует задаться.

. В заключение этого раздела рассмотрим еще одну проблему. Определенная из (8.55) длина L оказывается настолько маленькой, что появляются проблемы с конструированием гасителя. Так, при $R = 0,1\text{ м}$ и $n = 4$ получаем $L = 0,00625\text{ м} = 6,25\text{ мм}$. Для реальных двигателей вычисления по (8.56) дают величину $m > 8\text{ кг}$. Оказывается невозможным разместить такую массу на столь коротком маятнике. Мы предлагаем решать ту же задачу следующим образом (Рис.8.16).

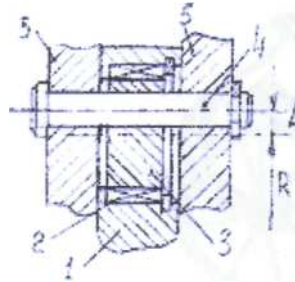


Рис.8.16

В диске 1 на расстоянии R от центра выполнено отверстие, в котором на подшипнике 2 установлена втулка 3. Во втулке 3 выполнено отверстие на расстоянии L от оси втулки.

В это отверстие вставлен палец 4, на котором установлены две части 5 массы m . Рассмотренная элементарная теория маятникового гасителя применительно к импульсному вариатору должна быть всесторонне проверена, поскольку работа импульсного вариатора сопровождается периодическим изменением структуры механизма и содержит множество деталей, влияющих на динамику агрегата.