ЛЕКЦИЯ 2

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ РАСЧЕТЫ ДЕТАЛЕЙ МАШИН

Из вступления к лекции:

« Случился в одной местности сильный ураган, который разрушил много домов. Но оказалось, что все сохранившиеся дома проектировал один инженер. Фирма уволила этого инженера на том основании, что он создавал дома с излишним запасом прочности, так как ураган был невиданной силы и вероятность его появления была исключительно мала.»

При расчете деталей машин на прочность условие прочности, можно считать основное уравнение прочности, записывается в виде

$$\sigma \le [\sigma] \quad \text{и} \quad \tau \le [\tau] \qquad (2.1)$$

Где σ и (или) τ - действующие нормальные или касательные напряжения;

$[\sigma]$ и (или) $[\tau]$ - соответствующие допускаемые напряжения, которые вычисляются из выражений

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{ПР}}{n_\sigma} \quad \text{и} \quad [\tau] = \frac{\tau_{ПР}}{n_\tau}$$

(2.2)

Где $\sigma_{ПР}$ и $\tau_{ПР}$ - соответствующие предельные напряжения, которое может выдержать материал;

n_σ и n_τ - назначаемые запасы прочности по нормальным и касательным напряжениям.

Значения предельных напряжений известны из лабораторных испытаний образцов материалов и натурных испытаний самих деталей из того же материала.

Как следует из формул (2.1) и (2.2) выбор или, как чаще говорят, назначение запаса прочности является важной частью расчета на прочность. Неудачно выбранный запас прочности с одной стороны может привести к неоправданному увеличению веса конструкции, а с другой - к ее разрушению. Многообразие областей применения деталей машин, различия в свойствах материалов и влияние вида нагружения на предельные напряжения усугубляют сложность и ответственность решения задачи о назначении запаса прочности . Не даром запас прочности еще называют мерой нашего незнания.

В настоящее время в машиностроении утвердились два подхода к решению этой задачи. В соответствии с первым из них применяют так называемый табличный метод определения запаса прочности. Он заключается в том, что в каждой отрасли машиностроения накоплен опыт удовлетворительно работающих деталей и конструкций. Для этих деталей могут быть определены действующие запасы прочности. Эти запасы прочности и рекомендуют применять при расчете аналогичных деталей в этой отрасли машиностроения.

Другой подход к выбору запаса прочности, названный дифференциальным, заключается в том, что запас прочности вычисляется как произведение частных запасов прочности, каждый из которых учитывает тот или иной фактор, влияющий на прочность рассчитываемой конструкции, т.е общий запас прочности.

$$n = n_1 . n_2 . n_3 ... n_n$$

Где $n_1; n_2; n_3$ и т.д. – частные запасы прочности.

Например : n_1 -учитывает область использования детали; если деталь ответственная и ее поломка влечет за собой катастрофические последствия, то запас прочности n_1, должен быть увеличен.

n_2 - учитывает достоверность знания о действующей нагрузке; если эти знания

не достаточно достоверны, то n_2 должно быть увеличено.

n_3 - учитывает точность методов расчета; если эти методы приближенные, то n_3 должно быть увеличено.

n_4 - учитывает технологию получения заготовок детали. В заготовке, полученной методом литья, вероятность наличия внутреннего дефекта больше, чем в заготовке, полученной из проката. Поэтому запас прочности n_4 для литой детали должен быть повышен и т.д.

На первый взгляд дифференциальный метод определения запаса прочности представляется более обоснованным, однако при назначении частных запасов прочности появляются существенные трудности из-за недостаточности информации. Поэтому табличный метод назначения запаса прочности в настоящее время получил преимущественное распространение.

Такое положение с назначением запаса прочности, важного параметра расчета, не может удовлетворять современное машиностроение. Поэтому расчеты деталей машин из условия заданной вероятности работоспособности (прочности, долговечности, износостойкости и других критериев) все шире применяются в практике, они основаны на хорошо разработанных методах теории вероятностей и теории надежности [20,21]. Эти методы описаны в учебниках по деталям машин, изданных в последние время [,22,23,24,25] За этими методами закрепилось название «вероятностные расчеты» в отличие от ранее известных методов расчета, которые мы будем называть «традиционными». Тем не менее, вероятностные методы расчета не нашли широкого применения в учебной практике при изложении соответствующих расчетных курсов. Отсутствие в учебной литературе последовательного и повсеместного учета вероятностных методов расчета приводит к тому, что и в практике расчетов машин вероятностные методы расчета не нашли до сих пор требуемого широкого применения. Одна из причин этого состоит в том, что еще не достаточно приведено типовых примеров расчетов, в которых показано отличие результатов традиционных методов расчета той или иной детали машины от результатов вероятностного расчета той же детали. Новый метод расчета (вероятностный расчет можно считать новым в сравнении с традиционным) только тогда найдет широкое применение в практике, если он наряду с достоверностью будет свидетельствовать о недостатках традиционного расчета. Особенно интересны вероятностные расчеты в том случае, если они позволяют прогнозировать наряду с достаточной надежностью также экономию материала или трудоемкости изготовления.

Важным аргументом в пользу применения вероятностного расчета является многолетний опыт расчета подшипников качения. Эти важные детали во многом определяют надежность и долговечность машины в целом, и мы являемся свидетелями их отличной работы. А ведь в основе расчета подшипника качения общего применения положена 90% надежность, то есть заведомо известно, что из примененных в машине подшипников 10% выйдут из строя раньше расчетного срока службы. Этот пример применения вероятностного расчета побуждает применять этот метод расчета и к другим деталям.

В настоящей лекции мы изложим теоретические основы вероятностного расчета деталей машин и в меру возможностей выполним вероятностные расчеты ряда деталей машин и сравним их результаты с традиционными расчетами тех же деталей.

При изложении традиционных расчетов мы не приводим каких-либо пояснений или выводов формул, поскольку традиционные методы хорошо описаны в доступных учебниках

При вероятностном расчете свойства детали определяется целым рядом параметров , которые можно разделить на параметры технологические (свойства исходных материалов и технологии изготовления), эксплуатационные (достоверность данных о нагрузках и требуемой долговечности) и свойства, которые определяются достоверностью принятой расчетной схемы и метода расчета. С достаточной степенью достоверности можно рассматривать количественные величины, которые

характеризуют все эти факторы как независимые случайные величины.

1. СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Вероятность появления события, например, события, которое состоит в том, что произойдет разрушение детали в результате недостаточной прочности, хорошо описывает так называемый закон нормального распределения . Нормальный закон распределения занимает особое место среди большого числа других известных законов, описывающих вероятности тех или иных событий. Оказывается, что многие такие законы являются или частным случаем нормального распределения, или сводятся к нему при некоторых условиях. В теории вероятностей доказывается центральная предельная теорема, смысл которой сводится к тому, что при суммировании достаточно большого числа независимых случайных величин закон распределения суммы неограниченно приближается к нормальному.

Частота появления события в функции независимой случайной величины x при нормальном распределении (эту зависимость также называют плотность вероятностей) записывается в виде

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \qquad (2.3)$$

где x и a параметры распределения.

Зависимость (2.3) еще называется функцией Гаусса, график которой представляет собой колоколобразную кривую (рис. 2.1). Параметр a определяет на оси x положение вертикали, относительно которой кривая симметрична. В некоторых задачах случайной величиной является время . Поскольку время t не может быть отрицательной величиной, то в этих случаях мы не можем пользоваться выражением для функций, в которых —оо < t < оо . Здесь приходится переходить к усеченному нормальному распределению. Операция усечения распределения заключается в отбрасывании части распределения, соответствующей t < 0.; тем самым принимается, что при t < 0, f(t) = 0. Правомерность перехода к усеченному распределению будет обеспечена, если сохраняются основные свойства функции распределения.

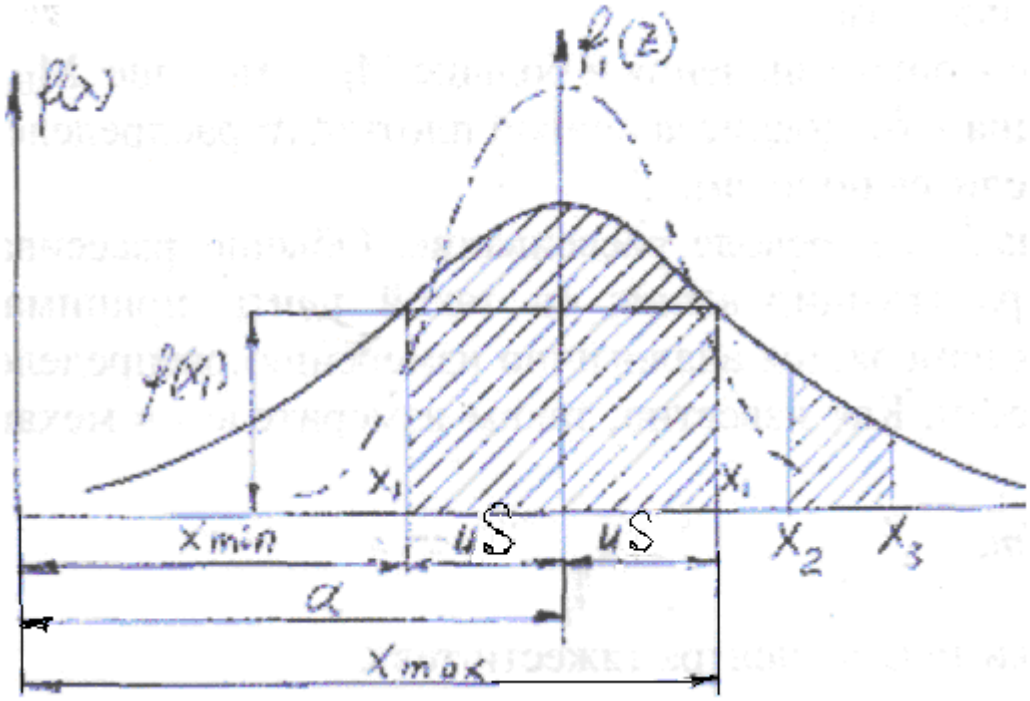


Рис. 2.1

Интересно, что выражение (2.4) можно интерпретировать как положение центра тяжести системы материальных точек, если их масса распределена по оси согласно функции плотности распределения (2.3).

Модой случайной величины, Mo, называется то ее значение, для которого функция плотности распределения достигает максимума В практике может встретиться кривая распределения с несколькими максимумами; такие кривые называются полимодальными . Наконец, бывают случаи, когда кривая распределения не имеет максимума, а наоборот имеет минимум; такие кривые распределения называются антимодальными .

Медианой случайной величины, M_E , называется такое ее значение, для которого справедливо следующее равенство:

$$P(x<M_E) = P(x>M_E),$$

то есть одинаково вероятно получение в опыте значения и больше M_E ,и меньше M_E . С геометрической точки зрения медиана - это абсцисса кривой плотности распределения, в которой площадь под этой кривой делится пополам.

Термин дисперсия D(x). означает в переводе рассеивание. Обычно рассеивание рассматривается относительно центра группирования; за такой центр принимается математическое ожидание. Дисперсия измеряется аналогично измерению распределения массы тела относительно центра тяжести. Как известно, таким измерителем в механике является момент инерции, равный

$$J = \int_v r_i^2 dm,$$

где r_i - расстояние от некоторой точки тела до центра тяжести тела, d m - элемент массы в точке i .

Интеграл берется по всему объему тела v .

Тогда, предположив, что каждое значение случайной величины изображается на оси абсцисс точкой с определенной массой, дисперсию по аналогии с моментом инерции следует вычислить из выражения

$$D(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[x - \widetilde{M(x)} \right]^2 f(x)dx, \qquad (2.5)$$

где f(x)dx - элемент вероятности функции плотности распределения вероятностей.
В ряде случаев оказывается неудобным, что размерность дисперсии равна квадрату размерности исследуемой величины; поэтому в этих случаях для характеристики рассеивания пользуются среднеквадратичным отклонением

$$S_X = \sqrt{D(X)} \qquad (2.6)$$

Коэффициентом вариации ν_X, называется отношение среднеквадратичного отклонения к математическому ожиданию,

$$\nu_X = \frac{S_X}{\overline{M}(X)} \qquad (2.7)$$

Квантилем U называется отношение вида

$$U = \frac{X - \overline{X}}{S_X} \qquad (2.8)$$

где X и $\overline{X}$ -значения случайных величин, соответствующих некоторой вероятности и математическому ожиданию,
S_X - среднеквадратичное отклонение.

Математическое ожидание для нормального закона распределения вычисляется следующим образом:

$$\overline{M}(X) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} X e^{-\frac{(X-a)^2}{2S^2}} dX. \qquad (2.9)$$

Выполнив соответствующие вычисления , получим

$$\overline{M}(t) = a \qquad (2.10)$$

Таким образом, параметр a в выражении (2.10) есть математическое ожидание нормального распределения.

Математическое ожидание имеет размерность случайной величины X и равно абсциссе x , для которой f(x) имеет максимальное значение. Отсюда следует, что при изменении параметра a кривая f(x) , не изменяя формы, соответственно перемещается вдоль оси x. При a = 0 кривая располагается симметрично относительно оси ординат и плотность распределения

$$f(x) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{X^2}{2S^2}}.$$

(2.11)

Такое расположение кривой называется центрированным.

Наиболее удобным оказывается представить нормальное распределение таким образом, чтобы оно было центрировано, а по оси абсцисс откладывалось не время в часах ,а в долях S .Такая форма записи распределения называется нормированным распределением. Для перехода к нормированному распределению необходимо в выражении (2.11) перейти к новой переменной

$$z = \frac{X - a}{S}$$

Если теперь вычислить среднеквадратичное отклонение случайной величины с новой переменной, то получим, что дисперсия случайной величины z равна единице, а значит, и среднеквадратичное отклонение этой случайной величины также равно единице. Тогда для нормированного распределения

$$f_1(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}. \qquad (2.12)$$

Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины на участок

ВС запишется в виде

$$Q(b<x<c)=\frac{1}{S\sqrt{2\pi}}\int_b^c e^{-\frac{(x-a)^2}{2S^2}}.dx \qquad (2.13)$$

Интеграл в последнем выражении не представляется в элементарных функциях и потому для его вычисления составлены таблицы [19 стр.81,82] . В этой таблице даны значения интеграла (он называется интегралом вероятности) несколько в другом виде, чем это записано в (2.1 3),а именно

$$\Phi(x)=\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}}dt \qquad (2.14)$$

Можно привести интеграл (2.13) к виду, приведенном в (2.14). Под интегралом вероятности, значения которого и приведены в указанном справочнике по математике, понимается вероятность Ф попадания случайной величины нормированного распределения в интервал ± X1 На графике кривой Гаусса интервал ± X1 ограничивает заштрихованную площадь под кривой (рис. 2.1). Эту площадь можно вычислить как

$$\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int_0^X e^{-\frac{X^2}{2}}.dz=\Phi\left(\frac{X_1}{S}\right) \qquad (2.15)$$

Если надо вычислить вероятность того, что случайная величина X попадет в интервал X = X3 - X2 (рис. 2.1), то выражение (2.14) принимает вид

$$\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int_{X_2}^{X_3} e^{-\frac{z^2}{2}}.dz=\frac{1}{2}\left[\Phi\left(\frac{X_3}{S}\right)-\Phi\left(\frac{X_2}{S}\right)\right] \qquad (2.16)$$

Непосредственно из [19 стр. 81, 82] имеем при x = 3S. Ф(3S) = 0,99730. Это значит, что для нормального распределения все рассеивание с точностью до 0,27% укладывается на участке 3S и это называется правилом 3S .

Приведем также некоторые значения квантили нормального распределения (табл. 2.1), они также приведены для центрированного и

Табл. 2.1

Вероятность P:	0,5	0,80	0,85	0,90	0,95	0,99	0,999	0.9999
Квантиль:	0	-0,842	-1,036	-1,282	-1,654	-2,326	-3,090	-3,719

нормированного распределения, т.е. при a = 0 и S = 1. Это значит, что значение случайной величины x , соответствующее заданной вероятности, определяется из зависимости

$$X = a \pm U.S \qquad (2.17)$$

где U - квантиль, взятая из таблицы 2.1,

S- среднее квадратичное отклонение для рассматриваемой случайной величины. Поскольку кривая Гаусса симметрична относительно $\overline{M}$ (x) = a , то заданной вероятности f(x) соответствуют два значения случайной величины (рис. 2.1) Этим объясняется два знака в формуле (2.17).

В практике вероятностных расчетов бывают случаи, когда представляет интерес только максимальное значение случайной величины, соответствующее заданной вероятности. Так, например, при расчете на прочность нас интересует только максимальное напряжение, т.е.

$$X_{\max} = \sigma_{\max}$$

(здесь σ - напряжение при расчете детали)

Типичным является случай, когда рассматриваемая случайная величина должна быть представлена как сумма или произведение нескольких случайных величин.

В случае, например, точностных расчетов среднее квадратичное отклонение суммируют . Однако складывать здесь надо дисперсии, поэтому

$$S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + \ldots}$$

(2.18)

где S_1, S_2, S_3 и т.д. - средние квадратичные отклонения случайных величин, влияющих на результирующую случайную величину.

Во многих формулах расчета деталей машин величины, которые следует рассматривать как случайные, входят в виде сомножителей. Представим некоторую формулу для расчета детали машин в виде

$$Q = \varphi(x_1; x_2; x_3 \ldots), \qquad (2.19)$$

где x1 ;x2 ;xз и т.д. - величины, рассматриваемые как случайные и входящие в формулу для определения Q как сомножители. Можно показать, что и для этого случая справедлива формула (2.18).

Вместо вычисления S из формулы (2.18) может быть более удобным вычислять коэффициенты вариации

$$\nu_i = \frac{S_i}{a_i},$$

где a_i - математическое ожидание для i-ой случайной величины. Тогда коэффициент вариации случайной величины Q

$$\nu_Q = \frac{S_Q}{\overline{Q}} = \sqrt{\nu_1^2 + \nu_2^2 + \nu_3^2 + \ldots} \qquad (2.20)$$

где $\nu_1; \nu_2; \nu_3 \ldots$ - коэффициенты вариации случайных величин, входящие в формулу (2.20),т.е. для случая расчетной формулы, в которую случайные величины входят как сомножители.

В случаях, когда пользуются формулой (2.19) формула (2.17) принимает вид

$$Q = a + U.\nu \qquad (2.21)$$

В настоящее время машиностроение зачастую не располагает достоверными данными о математическом ожидании той или иной случайной величины и о ее среднеквадратичном отклонении. Обычно известен размах значений этой случайной величины, т.е. известны $X_{\max}$ и $X_{\min}$.

Например, известен наибольший и наименьший допустимый размер детали или известны допустимые значения твердости материала детали после термической обработки. Тогда рекомендуется определять математическое ожидание из выражения

$$A = 0,5(x_{\max} + x_{\min})$$

и среднеквадратичное отклонение из выражения

$$S = (x_{\max} - x_{\min})/6. \qquad (2.22)$$

Последнее основано на правиле 3S.

В технической литературе приводятся следующие значения коэффициентов вариации :

- - - для размеров точно изготовленной детали

$$\nu_{ТОЧ} = 0,03. ..0,08 ;$$

-для прочности стали при изгибе и растяжении-сжатии

углеродистой $\nu_\sigma = 0,10. ..0,11;$

легированной $\nu_\sigma = 0,04. ..0,08;$

- для прочности высоко прочного чугуна ν_σ =0,15;

при напряжении кручения ν_τ = (1,5. ..2,0) ν_σ

- для предела выносливости ν_{-1} = 0,04.. .0,08;

-для коэффициента концентрации напряжения ν_α = (0,33. .. 0,45) $\nu_{точ}$

Коэффициент вариации внешней нагрузки (или действующих напряжений) часто принимают значения ν_a =0,1. ..0,2.

В заключение этого раздела следует остановиться на особенностях вероятностного расчета на прочность. Обычно в расчетах на прочность в курсах сопротивления материалов и деталей машин условие прочности записывается в виде

$$n = \frac{[\sigma]}{\sigma} \geq 1 \qquad (2.23)$$

где [σ] и σ допускаемое и действующее напряжения в расчетном сечении детали (здесь имеются в виду нормальные напряжения, но аналогично можно записать это условие и для касательных напряжений);

n - коэффициент запаса прочности.

При вероятностном расчете оба напряжения, и допускаемое и расчетное, следует рассматривать как случайные величины, которые в зависимости от заданной вероятности их реализации принимают то или иное значение. Теперь в связи с вероятностным расчетом основное условие прочности в форме (2.23) должно быть представлено в виде разности, причем, естественно, допустимое напряжение должно быть больше расчетного, и только в крайнем случае равно ему, т.е определено из (2.23) и тогда их математические ожидания (Обозначим их $\overline{W}$ и $\overline{F}$) должны выражаться одинаковой величиной вероятности и их разность должна в предельном случае быть равной нулю, а при заданной вероятности неразрушения $\overline{W}$ должна быть больше $\overline{F}$ на величину, равную среднему квадратичному отклонению, помноженному на квантиль U, то есть

$$\overline{W} - \overline{F} + U.S = 0, \qquad (2.24)$$

Где

$$S = \sqrt{S_W^2 + S_F^2}$$

S_W и S_F - средние квадратичные отклонения случайных величин W и F.

Практически расчет можно вести в форме вычисления квантиля U из (2.24), далее по известному U из таблицы 2.1 определяют соответствующую квантилю вероятность и сравнить ее с заданной. Если получен вероятность оказывается ниже заданной, то расчет повторяют, начиная с определения .

Тогда из (2.24) имеем

$$U = -\frac{\overline{W} - \overline{F}}{S} .$$

Разделим числитель и знаменатель в этом выражении на $\overline{F}$, далее воспользуемся (2.23)

$$U = -\frac{\frac{\overline{W}}{\overline{F}} - 1}{\frac{\sqrt{S_W^2 + S_F^2}}{\overline{F}}} = -\frac{\overline{n} - 1}{\sqrt{\frac{S_W^2}{\overline{F}^2} + \frac{S_F^2}{\overline{F}^2}}} = -\frac{\overline{n} - 1}{\sqrt{\frac{S_W^2 \overline{n^2}}{\overline{F}^2 \overline{n}^2} + \frac{S_F^2}{\overline{F}^2}}}$$

И окончательно ,воспользовавшись понятием коэффициента вариации, получаем

$$U = -\frac{\bar{n} - 1}{\sqrt{\left(\bar{n}\nu_W\right)^2 + \nu_F^2}} \qquad (2.25)$$

где ν_W и ν_F - коэффициенты вариации допустимого и расчетного значений случайных величин.

2.2. Особенности вероятностного расчета валов и осей.

Принимается, что среднее напряжение цикла σ_m мало влияет на вероятность разрушения. Поэтому считается, что случайными величинами являются:

- предел выносливости детали при нормальных напряжениях

$$\sigma_{-1,D} = \frac{\sigma_{-1} \cdot \varepsilon_\sigma}{K_\sigma},$$

при касательных напряжениях

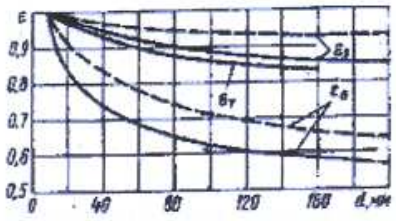
$$\tau_{-1,D} = \frac{\tau_{-1} \cdot \varepsilon_\tau}{K_\tau}$$

Здесь σ_{-1} и τ_{-1} - пределы выносливости при знакопеременном цикле нагружения и при нормальных и касательных напряжениях, соответственно;

ε - аналогично, коэффициенты влияния абсолютных размеров;

К - аналогично, эффективные коэффициенты концентрации напряжений. ;

σ_a и τ_a - амплитуда действующих напряжений. (см. рис.2.2)



Коэффициенты влияния абсолютных размеров ε_σ, ε_τ и ε_σ (кривая ε_τ — для валов из любых сталей): — — — — для валов из углеродистых сталей; ——— — для валов из легированных сталей

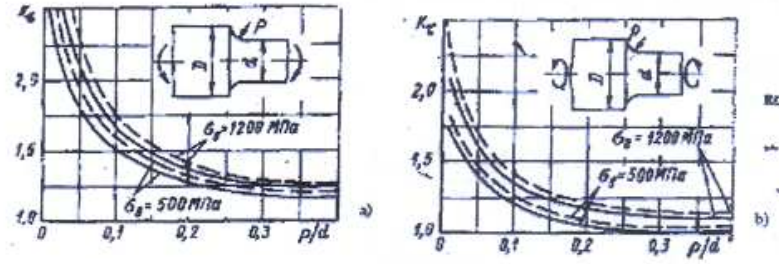
$$\varepsilon_\sigma = \frac{\sigma_{-1d}}{\sigma_{-1}}; \quad \varepsilon_\tau = \frac{\sigma_{\tau d}}{\sigma_\tau}; \quad \varepsilon_\sigma \approx \varepsilon_\tau = \frac{\sigma_{-1d}}{\sigma_{-1}},$$

где σ_{bd}; $\sigma_{\tau d}$; σ_{-1d} – *пределы прочности*, текучести и выносливости для детали.

σ_b; σ_τ; σ_{-1} – то же для образца

$$\varepsilon_\sigma = \frac{\sigma_{bd}}{\sigma_b}; \quad \varepsilon_\tau = \frac{\sigma_{\tau d}}{\sigma_\tau}; \quad \varepsilon_\sigma \approx \varepsilon_\tau = \frac{\sigma_{-1d}}{\sigma_{-1}};$$

Рис.1

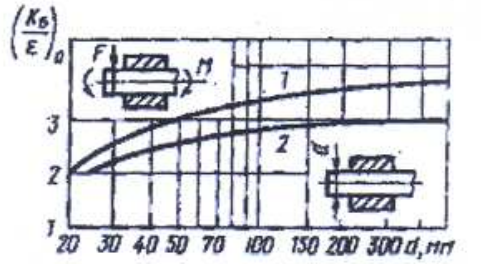


Эффективные коэффициенты концентрации для валов с выкружкой: a — K_σ; $б$ — K_τ;

– – – – D/d=2,0

——— D/d=1,25

Рис.2



Значения коэффициента $(K_\sigma/\varepsilon)_0$ для валов с напрессованными деталями при изгибе: $\frac{K}{\varepsilon}$ обозначает либо $\frac{K_\sigma}{\varepsilon_\sigma}$, либо $\frac{K_\tau}{\varepsilon_\tau}$.

Рис.3

Зависимость коэффициента вариации v_1 от $\lg L/\bar{G}$; $L = \bar{A}\,d$; d – диаметр вала

1 — сталь 45 при изгибе с вращением; 2 — то же, сталь 40Х; 3 — сталь 45 при консольном изгибе в одной плоскости

Рис.4

Рис. 2.2

Общий коэффициент вариации предела выносливости детали :

$$v_{-1,D} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2},$$

где ν_1 - коэффициент вариации предела выносливости точно изготовленной детали из материала одной плавки; определяется по рис. 2.2-4, где параметр

$$\bar{G} = \frac{2,6}{\rho}(1+\psi) + \frac{1}{d},$$

при $\frac{D}{d} < 1,5$ $\quad \psi = \frac{0,25}{\sqrt{0,5(D-d)+1}};$

при $\frac{D}{d} \geq 1,5$ $\quad \psi = 0;$

где D и d - больший и меньший диаметры вала в галтели, радиуса ρ.

ν_2 = 0,06 ... 0,1 - коэффициент вариации, учитывающий межплавочное рассеяние пределов выносливости;

ν_3 = (0,3 ... 0,5) ν_ρ - коэффициент вариации радиусов галтели,

ν_ρ = 0,03...0,1;

ν_a - коэффициент вариации амплитуды напряжений от внешней нагрузки, задается в условии задачи.

При отсутствии данных о пределах выносливости можно определять их по следующим эмпирическим формулам:

$$\sigma_{-1} = 0,43\sigma_B; \qquad \tau_{-1} = 0,22\sigma_B;$$
$$\sigma_0 = 0,60\sigma_B; \qquad \tau_0 = 0,30\sigma_B.$$

где σ_B - предел прочности материала вала.

Если нет каких либо специальных требований, то общий запас прочности принимают равным [n] = 1,5 ... 2.5.

2.3. ПРИМЕР РАСЧЕТА СВАРНОГО СОЕДИНЕНИЯ

Рассчитать сварное соединение в нахлестку (см. рис. 2.3) при следующих исходных данных. Материал листов - сталь 20, σ_T '= 220 МПа.; σ_B = 440 МПа. Сила P колеблется по случайному закону в пределах от P_{max} =100кН до P_{min}=50кН.

Сварка выполняется вручную.

Определению подлежат размеры нахлестки.

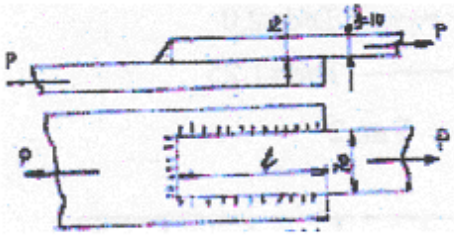


рис. 2.3

1.Традиционный расчет

Расчет на статическую прочность по максимальной нагрузке.

Напряжения среза в сварном шве

$$\tau_{cp} = \frac{P_{\max}}{0,7\delta.L} \le \left[\tau_{cp}\right]',$$

где δ = 10 мм, L = 2.l + b - периметр шва;

$[\tau]' = 0,60\ [\sigma_p]$; $[\sigma_p] = \sigma_T / n$. $\tau_T = 0,6\sigma_T = 0,6.220 = 132$ МПа

n = 1,5 - назначаемый запас прочности

$[\sigma_p]$ = 220 / 1,5 = 147; принимаем $[\sigma_p]$ = 150 МПа.

$[\tau]'$ = 0,6 150 = 88; принимаем $[\tau]'$ = 90 МПа.

Определяем периметр шва

$$L = \frac{P_{\max}}{0,7\delta\left[\tau_{cp}\right]'} = \frac{100.10^3}{0,7.10.90} = 158мм,$$ принимаем L = 160 мм.

Тогда $l = 0,5(L-b) = 0,5(160-70) = 45мм$, принимаем l = 50 мм.

Тогда имеем L = 170 мм.

Фактическое напряжение среза в шве

$$\tau_{cp} = \frac{100.10^3}{0,7.10.170} = 84МПа.$$

Фактический запас прочности

$$n_\phi = \frac{\tau_T}{\tau_{cp}} = \frac{132}{84} = 1,57.$$

Проверим этот стыковой шов на запас прочности по критерию усталостной прочности по формуле

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{K_\tau}{\varepsilon_\tau}\tau_a + \psi_\tau \tau_m} > [n]$$

Вычислим среднее и амплитудные значения внешней силы P:

$P_m = 75.10^3$ H ; $P_a = 25.10^3$ H.

Тогда среднее и амплитудное напряжение в шве

$\tau_m = 76,5$ Мпа ; $\tau_a = 25,5$ Мпа.

Примем $K_\tau = 1,5$; $\varepsilon_\tau = 1$; $\psi_\tau = 0,1$; $\tau_{-1} = 06.0,36\sigma_B = 95$ Мпа.

$$n_\tau = \frac{95}{1,5.25,5 + 0,1.76,5} = 2,07.$$

Рекомендуют [n] = 1,5... 2,5

2.Вероятностный расчет.

Расчет на статическую прочность из условия 95% надежности неразрушения.

Примем, что вероятность неразрушения определяется двумя случайными величинами: пределом текучести материала и напряжением в шве.

При этом предел текучести следует отнести к величинам, определяющим предельное значение случайной величины, то есть к W, а напряжения в шве к расчетным величинам, то есть к F.

В соответствии с (2.2)

- математическое ожидание случайной величины - в данном случае напряжения в шве

$$\overline{\tau}_{cp} = 0,5\left(\tau_{cp,\max} + \tau_{cp,\min}\right) = 0,5(84 + 42) = 63 МПа;$$

- среднее квадратичное отклонение этой же случайной величины τ_{cp}

$$S_\tau = \frac{1}{6}\left(\tau_{cp,\max} - \tau_{cp,\min}\right) = 7 МПа.$$

Коэффициент вариации напряжения в шве

$$\nu_F = \frac{S_\tau}{\overline{\tau}_{cp}} = \frac{7}{63} = 0,11$$

Примем заданное значение предела текучести за его математическое ожидание при рассмотрении предела текучести как случайной величины, т.е.

$\overline{\tau} = \tau_T = 132$ МПа,

а коэффициент вариации величины $\overline{\tau}$, в соответствии с рекомендациями

$$\nu_W = 0,1.$$

Теперь из формулы (2.25) вычислим квантиль, приняв фактический запас прочности n =1,57

$$U = -\frac{\overline{n} - 1}{\sqrt{\left(\overline{n}\nu_W\right)^2 + \nu_F^2}} = -\frac{1,57 - 1}{\sqrt{\left(1,57.0,1\right)^2 + 0,11^2}} = -2,97$$

Вероятность неразрушения, соответствующая этому квантилю (см. табл.2.1) P=0,998, но по условию задачи нам достаточна вероятность P = 0,95, то есть полученная нами надежность неразрушения избыточна. Следовательно, можно уменьшить периметр шва. Назначим периметр шва

$$L_1 = 140 \text{ mm}$$

То есть мы убрали фланговые швы.
Определим теперь напряжение в шве

$$\tau_{\max} = \frac{P_{\max}}{0,7\delta L_1} = \frac{100.10^3}{0,7.10.140} = 102 \text{ МПа}$$

Теперь фактический запас прочности

$$n_\phi = \frac{\tau_T}{\tau_{\max}} = \frac{132}{102} = 1,29 .$$

И соответствующий ему квантиль

$$U = -\frac{\bar{n}-1}{\sqrt{\left(\bar{n}\nu_W\right)^2 + \nu_F^2}} = -\frac{1,29-1}{\sqrt{\left(1,29.0,1\right)^2 + 0,11^2}} = -1,716$$

Полученное значение квантиля близко к U =-1,654, значит, и вероятность неразрушения шва равна 0,95

Вывод. Привлечение в данном примере метода вероятностного расчета позволило уменьшить длину шва примерно вдвое, т.е. уменьшить вдвое трудоемкость изготовления шва. При этом обеспечивается вероятность неразрушения по максимальным напряжениям P = 0,95

2.4. ПРИМЕР РАСЧЕТА ПРЕССОВОГО СОЕДИНЕНИЯ.

Рассчитать прессовое соединение венца червячного колеса со ступицей. Размеры деталей даны на рис 2.4 атериал венца - бронза (σ_T = 280 МПа). Материал ступицы – сталь (σ_T = 550 МПа).

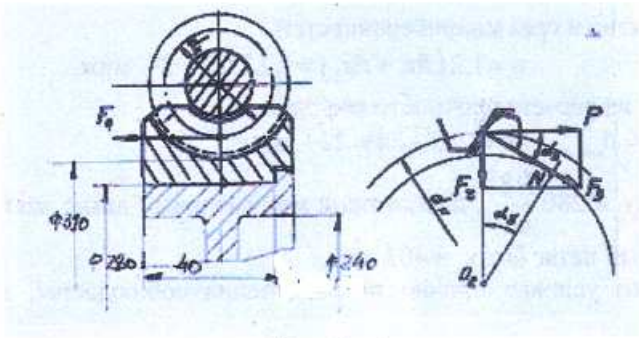


Рис. 2.4

Соединение должно передавать вращающий момент T = 600 Н.м и осевую силу Fa = 690 Н.

Параметры шероховатости в соединении $Rz_1 = Rz_2 = 10$ мкм .

Сборка - запрессовкой.

1. Традиционный расчет

Расчет прочности посадки.

Принимаем коэффициент запаса сцепления k = 3.

Определяем силу, сдвигающую венец относительно ступицы.

Окружная сила $$P = \frac{2T}{D} = \frac{2.600.10^3}{315} = 3800 \text{ Н.}$$

Осевая сила Fa = 690 Н.

Суммарная сдвигающая сила

$$Q = \sqrt{F_a^2 + P^2} = \sqrt{690^2 + 3800^2} = 3862 \text{ Н.}$$

Примем , что коэффициент трения в контакте венца со ступицей является случайной зеличиной, изменяющейся в пределах f = 0,05 ... 0,15

Контактное давление p на поверхности трения при коэффициенте трения f_{min} = 0,05

$$p_{max} = \frac{Qk}{f_{min}\pi d l} = \frac{3862.3}{0,05.\pi.280.40} = 6,28 \text{ МПа;}$$

Расчетный натяг, соответствующий требуемому давлению определяем при E_1 = $2,15.10^5$ МПа; $\mu_1 = 0,3$; $E_2 = 1,1.10^5$ МПа; $\mu_2 = 0,35$.

$$\delta_{ном} = p_{max} d\left(\frac{c_1}{E_1} + \frac{c_2}{E_2}\right) = 6,28.280\left(\frac{6,54}{2,15.10^5} + \frac{9,52}{1,1.10^5}\right).10^3 = 205 \text{ mkm}$$

$$c_1 = \frac{1+\left(\frac{d_1}{d}\right)^2}{1-\left(\frac{d_1}{d}\right)^2} - \mu_1 = \frac{1+\left(\frac{240}{280}\right)^2}{1-\left(\frac{240}{280}\right)^2} - 0,3 = 6,543; \qquad \textbf{(П2.1)}$$

$$c_2 = \frac{1+\left(\frac{d}{d_2}\right)^2}{1-\left(\frac{d}{d_2}\right)^2} + \mu_2 = \frac{1+\left(\frac{280}{310}\right)^2}{1-\left(\frac{280}{310}\right)^2} + 0,35 = 9,52.$$

Поправка на обмятие и срез микронеровностей

$$u = 1,2\left(Rz_1 + Rz_2\right) = 1,2.2.10 = 24 \text{ мкм.}$$

Расчетный натяг из расчета прочности соединения

$$\delta_{расч.1} = \delta_{ном,max} + u = 205 + 24 = 229 \text{ мкм;}$$

Назначим посадку $\varnothing 280\frac{H8}{u8}$, для которой минимальный натяг составляет δmin = 261 мкм, максимальный натяг δmax = 402 мкм.

Для этой посадки условие прочности соединения соблюдается, поскольку δmin > δрасч.1.

По максимальному натягу δmax = 402 мкм. должны быть рассчитаны детали на прочность. Ограничимся расчетом на прочность только бронзового венца , так как заведомо известно, что он менее прочен , чем стальная ступица.

Примем запас прочности для бронзы n =1,5, тогда допускаемое напряжение в бронзе

$$\left[\sigma_p\right] = \frac{\sigma_T}{n} = \frac{280}{1,5} = 187 \text{ МПа}$$

Эквивалентное напряжение в венце определяется по формуле

$$\sigma = \frac{2p}{1-\left(\frac{d}{d_2}\right)^2} \le \left[\sigma_p\right]. \qquad \textbf{(П2.2)}$$

Для вычисления по формуле (П2.2) p вычисляется из (П2.1) и тогда получаем σ =139, что меньше [σp]. Таким образом , прочность детали обеспечена.

2. Вероятностный расчет

Теперь предположим, что коэффициент трения f является случайной величиной, распределенной по нормальному закону. Тогда для вычисления расчетного натяга из условия 95% вероятности прочности соединения имеем расчетный натяг из выражения **(2.17).**

$$\delta_{расч.2} = \overline{\delta} - US_f.$$

где $\overline{\delta}$ - средний расчетный натяг

$$\overline{\delta} = 0,5\left(\delta_{\max} + \delta_{\min}\right) = 0,5\left(229+92\right) = 161 \text{ мкм},$$

S_f - среднее квадратичное отклонение

$$S_f = \frac{1}{6}\left(\delta_{\max} - \delta_{\min}\right) = \frac{1}{6}\left(229-92\right) = 22,8 \text{ мкм},$$

определены из(**2.22**);

U - квантиль нормального распределения, соответствующий 95% вероятности , U = 1,654.

Теперь δрасч.2 = 161 – 1,654.22,8 =123 мкм. (здесь знак «--«, так как вычисляется минимальное значение случайной величины, см. рис.12.1)

а с учетом обмятия неровностей окончательно получаем

$$\delta_{расч.2} = 147 \text{ мкм}$$

Как будет показано далее напряжения в соединении в настоящем расчете будут меньше, чем полученные в традиционном расчете; поэтому появляется возможность изменить размеры соединения и таким образом несколько сэкономить в расходе бронзы (из конструктивных соображений существенно изменить размеры деталей не представляется возможным)

Итак, вместо размеров рассчитываемого узла (См .рис.2.4) 280 и 240 назначаются размеры 290 и 250 мм.

Материал ступицы – чугун $E_ч = 0,9.10^5$ МПа

Назначим посадку : $\varnothing 290\frac{H8}{t6}$. В этой посадке для основного отверстия имеем следующие предельные отклонения : $\varnothing 290^{0,081}$, а для вала: $\varnothing 290^{0,272}_{0,240}$.

Определим минимальный и максимальный натяг в этой посадке из условия 95% вероятности.

Средний натяг в соединении $\overline{\delta_2} = \overline{\delta}_B - \overline{\delta}_A = 0,5\left(272+240\right) - 0,5\left(0+81\right) = 215,5$ мкм,

Где $\overline{\delta}_B$ и $\overline{\delta}_A$ - средние допуски для вала и отверстия.

Среднее квадратичное отклонение для отверстия $S_A = \frac{1}{6}\left(\delta_{\max} - \delta_{\min}\right) = \frac{81}{6} = 13,5 \; mkm$

Среднее квадратичное отклонение для вала аналогично

$S_B = \frac{1}{6}\left(\delta_{\max} - \delta_{\min}\right) = \frac{1}{6}\left(272-240\right) = 5,3 \; mkm$

Среднее квадратичное отклонение для посадки $S_2 = \sqrt{S_A^2 + S_B^2} = 14,5 \; mkm$

Минимальный натяг в посадке $\delta_{2\min} = \overline{\delta_2} - US_2 = 191,7$ mkm

Максимальный натяг в посадке $\delta_{2\max} = \overline{\delta_2} + US_2 = 239,3$ mkm.

Сравнивая полученный выше расчетный минимальный натяг $\delta_{расч.2} = 147$ мкм и минимальный натяг в выбранной посадке, определенный из 95% надежности соединения, убеждаемся, что прочность соединения соблюдается так как $\delta_{2\min} > \delta_{2расч.}$

Из (П2.1) по δ_{2max} = 239,3 mkm определяем сначала максимальное давление в соединении $p_{\max} = 3,96$ МПа и затем из (П2.2) определяем напряжение в венце σ = 33 .МПа. Таким образом, убеждаемся, что условие прочности венца соблюдается.

Подводя итог сделанным вычислениям в этом примере отметим, что в вероятностном расчете был установлен большой запас прочности в венце и возможность экономии около 1,5 килограмм бронзы на каждом изделии.

3. ПРИМЕР РАСЧЕТА БОЛТОВОГО СОЕДИНЕНИЯ.

Из опытов затяжки болтового соединения с помощью динамометрического ключа установлено, что момент завинчивания колеблется в пределах $M_{зав} = (600...1000).10^2$ *Нмм*, в зависимости от квалификации и силы рабочего.

Требуемая минимальная затяжка болта из условия нераскрытия стыка должна быть 20000 Н.

Рассчитать болт в предположении, что коэффициенты трения принимают следующие значения:

- коэффициент трения в резьбе $f_p = 0,1...0,25$;
- коэффициент трения на торце гайки $f_T = 0,1...0,25$.

Исходные данные о болтовом соединении:

- материал болта сталь 45; $\sigma_T = 400$ МПа;
- Данные резьбы:

Наружный диаметр d = 18 мм.

Средний диаметр d_2 = 16,38 мм.

Внутренний диаметр $d_1 = 14,9$*мм*

Шаг s = 2,5 мм.

Угол подъма винтовой линии β = 2° 45′.

Средний диаметр опорной поверхности гайки $D_{ср}$ = 22 мм.

1. Традиционный расчет.

Прочность болта определяем при максимальном значении момента завинчивания и минимальных значениях коэффициентов трения.

Усилие затяжки болта вычисляется из выражения

$$Q = \frac{2M_{зав}}{d_2\left[tg(\beta+\rho) + f_T\frac{Dcp}{d_2}\right]}, \qquad (П3\text{-}1)$$

где $\rho = arctg\ f_{p,min} = 5°40'$

Подставив в эту формулу указанные выше величины, после вычислений получим

$$Q = Q_{\max} = 55500 \text{ Н}.$$

По этому усилию рассчитывается болт по формуле

$$\sigma = \frac{1,3.4Q}{\pi d_1^2} \le \left[\sigma_p\right], \qquad (П3\text{-}2)$$

где $Q = Q_{\max} = 55500$ Н.

$d_1 = 14,9$*мм* - внутренний диаметр резьбы,

$\left[\sigma_p\right] = 270$ МПа - допускаемое напряжение, вычисленное относительно предела текучести материала болта при запасе прочности n = 1,5.

После вычислений получаем $\sigma = 415$ МПа, что больше допустимого напряжения. Это значит, что следует назначить болт большего диаметра и заново произвести расчет. Выбираем болт с диаметром резьбы d=24 мм. с шагом резьбы s =3 мм. Для этого болта :
- средний диаметр резьбы $d_2 = 22{,}0$ мм.,
- внутренний диаметр резьбы $d_1 = 20{,}3$ мм.

Вычисления по формулам (П3-1) и (П3-2) дают $Q_{max} = 41418$ Н и σ=166 МПа, что находится в допустимых пределах.

Необходимо также определить минимальную затяжку болта Q_{min}, поскольку она определяет нераскрытие стыка в болтовом соединении. Q_{min} определяем по формуле (П3-1)при минимальном моменте завинчивания и максимальных значениях коэффициентов трения.

Вычисления дают $Q_{min} = 10900$ Н. , что не удовлетворяет условию задачи из условия нераскрытия стыка.

2. Вероятностный расчет.

Расчет выполняется в предположении 90% надежности , при этом случайными величинами являются:
- момент завинчивания ;
- коэффициенты трения в резьбе и на торце гайки.

Вычислим средние значения случайных величин:
- среднее значение момента завинчивания $\tilde{M}_{зав}$;
- среднее значение коэффициента трения в резьбе $\tilde{f}_p = 0{,}175$ и соответствующий ему угол трения

$\rho = arctg\ 0{,}175 = 10°$;
- среднее значение коэффициента трения на торце $f_T = 0{,}1$.

Теперь по формуле (П3-1) можно вычислить среднее значение силы затяжки болта, диаметром 18 мм., $\tilde{Q} = 27500$ Н.

Вычислим средние квадратичные отклонения случайных величин:
- среднее квадратичное отклонение момента завинчивания $S_M = 6660$ Н.мм;
- среде квадратичное отклонение величины $tg(\beta + \rho)$, $S_{tg} = 0{,}0243$;
- среднее квадратичное отклонение коэффициента трения на торце гайки $S_f = 0{,}0167$.

Коэффициенты вариации случайных величин:
- коэффициент вариации момента завинчивания $\nu_M = 0{,}083$;
- коэффициент вариации величины $tg(\beta + \rho)$ $\nu_{tg} = 0{,}108$;
- коэффициент вариации коэффициента трения на торце гайки $\nu_f = 0{,}167$.

Коэффициент вариации силы затяжки болта вычисляется по формуле

$$\nu_Q = \frac{S_Q}{\tilde{Q}} = \sqrt{\nu_M^2 + \nu_{tg}^2 + \nu_f^2} = 0{,}215$$

Из последнего выражения определяется среднее квадратичное отклонение силы затяжки болта

$$S_Q = \nu_Q . \tilde{Q} = 0{,}215 . 27500 = 5913 .$$

Теперь вычислим экстремальные значения силы затяжки болта Q, исходя из 90% надежности болтового соединения:

$$Q_{min} \le Q \le Q_{max},$$

где $Q_{min} = \tilde{Q} - U.S_Q = 19920$ Н;

$Q_{max} = \tilde{Q} + U.S_Q = 35080$ Н;

U = 1,282 – квантиль для 90% надежности.

Напряжения в болте диаметром 18мм по Q_{max} составляют σ = 260 МПа, что меньше допустимого значения.

Значения Q_{min} удовлетворяет условию нераскрытия стыка.

Таким образом , настоящий расчет показал, что с 90% надежностью можно применить болт диаметром 18мм. и при этом удовлетворяется условие нераскрытия стыка. Этот результат существенно отличается от результатов традиционного расчета, в котором требуется применение болта диаметром 24мм и остается невыполненным условие нераскрытия стыка.

4. ПРИМЕР РАСЧЕТА БОЛТОВ КРЫШКИ СОСУДА ПОД ДАВЛЕНИЕМ.

Рассчитать шпильку крепления крышки к цилиндру высокого давления (рис.4-1).

Шпилька М12-1,5;

- средний диаметр резьбы $d_2 = 11,03 мм$;
- внутренний диаметр резьбы $d_1 = 10,15 мм$;
- материал шпильки - сталь 45,
- предел прочности $\sigma_в = 580$ МПа ;
- предел текучести $\sigma_T = 320$ МПа .

Число шпилек z = 24. Давление в цилиндре изменяется как случайная величина в пределах от

p_{max} = 1,32 МПа до p_{min} = 0,26 МПа.; материал цилиндра и крышки - чугун.

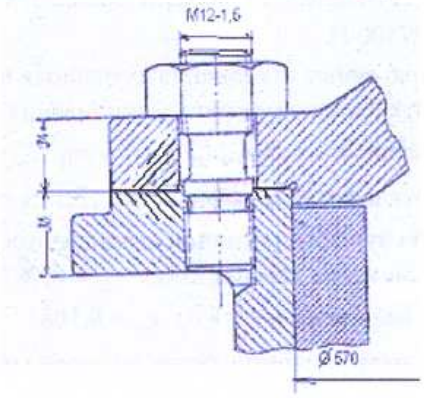


Рис.П4.1

1.Традиционный расчет.

1.1.Расчет на статическую прочность по максимальной нагрузке.

Величина предварительной затяжки шпильки

$$V = k(1-\chi)P_{max},$$

где к - коэффициент запаса затяжки, принимаем к = 1,5;

P_{max} - максимальная сила, приходящаяся на одну шпильку

$$P_{max} = p_{max}\frac{\pi D_1^2}{4z} = 1,32\frac{\pi 570^2}{4.24} = 14,02.10^3 \ H;$$

χ - коэффициент основной нагрузки, см. формулу , может быть вычислен , если известны податливости шпильки и стыка.(см. рис.П4.1)

Податливость шпильки

$$\lambda_B = \frac{l_p}{E_B A_B} = \frac{70}{2{,}15.10^5.95} = 34{,}3.10^{-7} \quad \frac{\text{мм}}{\text{Н}}.$$

l_p = 70 мм - расчетная длина шпильки;

E_B - модуль упругости материала шпильки, E_B = 2,15 . 10^5 МПа;

A_B - площадь сечения шпильки; при d =12 мм A_B = 95 мм^2.

Аналогично для вычисления податливости стыка имеем

- расчетная толщина стыка l_{CT} = 34 +36 +3 = 70 мм ;
- модуль упругости чугунного стыка $E_{CT} = 1{,}2 .10^5$ МПа;
- расчетная площадь стыка при $d_{отв} = 12{,}5$ мм $D_1 = 24$ мм ,

$$A_{CT} = \frac{\pi}{4}\left(D_1^2 - d^2_{отв}\right) = 0{,}33.10^3 \text{ мм}^2;$$

$$\lambda_{CT} = \frac{70}{1{,}2.10^5.0{,}33.10^3} = 17{,}7.10^{-7} \quad \frac{\text{мм}}{\text{Н}}.$$

$$\chi = \frac{\lambda_{CT}}{\lambda_B + \lambda_{CT}} = \frac{17{,}7.10^{-7}}{34{,}3.10^{-7} + 17{,}7.10^{-7}} = 0{,}34$$

Теперь $V = 1{,}5(1 - 0{,}34).14{,}02.10^3 = 13{,}88.10^3$ Н.

Расчетная максимальная нагрузка на шпильку

$$Q_{p,\max} = 1{,}3\left(V + \chi P_{\max}\right) = 1{,}3\left(13{,}88 + 0{,}34.14{,}02\right).10^3 = 24{,}25.10^3 \text{ Н}.$$

Максимальные напряжения в шпильке

$$\sigma_{p,\max} = \frac{Q_{p,\max}}{0{,}785 d_1^2} = \frac{24{,}25.10^3}{0{,}785.103} = 300 \text{ МПа}.$$

Запас прочности по отношению к пределу текучести

$$n = \frac{\sigma_T}{\sigma_{p,\max}} = \frac{320}{300} = 1{,}07.$$

Рекомендуют [n] = 1,5 ... 3,0, значит параметры шпильки не удовлетворяют условию статической прочности.

2. Расчет на выносливость.

Этот расчет выполняется в форме определения фактического запаса прочности по формуле

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{K_\sigma}{\varepsilon_\sigma}\sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m} > [n]$$

где ;σ_{-1} - предел выносливости ;σ_{-1} = $0{,}36\sigma_в = 0{,}36.580 = 209$ МПа

K_σ - коэффициент концентрации напряжений в резьбе, K_σ = 4;

ε_σ - масштабный коэффициент, ε_σ = 0,8;

ψ_σ - коэффициент чувствительности материала к асимметрии цикла нагружения, ψ_σ = 0,1.

Средняя Q_m и амплитудная Q_a силы, действующие на шпильку:

$$Q_m = V + \chi.0{,}5\left(P_{\max} + P_{\min}\right) = V + \chi P_m;$$

$$Q_a = \chi 0{,}5\left(P_{\max} - \chi P_{\min}\right) = \chi P_a,$$

где P_m средняя и P_a амплитудная внешние силы.

После соответствующих вычислений получаем Q_m = 16,73 .10^3 Н; Q_a = 1,91 .10^3 Н.

Напряжения цикла: среднее σ_m = 207 МПа, амплитудное σ_a = 18,7 МПа.

Получаем n = 1,8 , рекомендуется [n] = 2,5 ... 4,0. Таким образом, и по условию выносливости параметры шпильки не удовлетворяют условию прочности.

3. Расчет из условия 95% вероятности наразрушения.

Расчет ведется в предположении, что случайными величинами являются сила предварительной затяжки V и внешняя сила P .

Примем среднее значение напряжения от внешней силы $\bar{\sigma} = \sigma_m = 207$ МПа.

Среднее квадратичное отклонение напряжения от внешней силы

$$S_{BH} = \frac{1}{6}\sigma_a = \frac{18,7}{6} = 3.1$$

Среднее значение силы предварительной затяжки

$$\bar{V} = k(1-\chi)P_m = 1,5\ (1-0,34)8,37.10^3 = 8,29.10^3 \quad \text{Н.}$$

Примем, что контроль силы затяжки производится динамометрическим ключом, тогда коэффициент вариации силы затяжки

$$\nu_3 = \frac{S_3}{\sigma_V} = 0,08.$$

Среднее значение напряжения предварительной затяжки

$$\bar{\sigma}_V = \frac{\bar{V}}{0,785d_1^2} = \frac{8,29.10^3}{0,785.103} = 102 \quad \text{МПа.}$$

Среднее квадратичное отклонение силы предварительной затяжки

$$S_3 = \nu_3\bar{\sigma}_V = 0,08.102 = 8,4.\text{МПа}$$

Среднее квадратичное отклонение случайных величин напряжений в шпильке

$$S = \sqrt{S_3^2 + (\chi S_{BH})^2} = \sqrt{8,4^2 + (0,34.3,1)^2} = 8,47 \quad \text{МПа.}$$

Максимальное значение напряжения в шпильке при 95% надежности неразрушения

$$\sigma_{max,95\%} = \bar{\sigma} + U_p.S = 102 + 8,47.1,645 = 116 \quad \text{МПа}$$

где $U_p = 1,645$ - квантиль нормального распределения при 95% надежности.

Это напряжение соответствует запасу прочности $n = \frac{\sigma_T}{\sigma_{max,95\%}} = \frac{320}{116} = 2,76$. Этот коэффициент запаса прочности следует считать удовлетворительным.

Итак, традиционные методы расчета показали , что необходимо изменить параметры шпильки (или путем увеличения ее диаметра ,или повышением прочностных свойств материала), а вероятностный расчет показал, что параметры шпильки удовлетворяют условию прочности.

Особенности вероятностного расчета на прочность зубчатых передач.

Для такого расчета является существенным выделить те величины, входящие в расчетные формулы, которые следует рассматривать как случайные. Такими случайными величинами являются:

- коэффициент внешней нагрузки K_A ,
- -динамичности K_V ,
- концентрации нагрузки K_β ,
- коэффициент K_d , учитывающий распределение нагрузки между зубьями, а также величины предельных напряжений $\sigma_{lim.}$

Для выполнения рассматриваемых расчетов необходимо, чтобы были известны значения их максимальных и минимальных величин, т.е. должно быть известно поле рассеяния случайной величины.

Значение поля рассеяния внешней нагрузки оказывается заданным в виде коэффициента вариации ν_A.

Коэффициент динамичности K_V вычисляется из выражения

$$K_V = 1 + C\sqrt{\Delta},$$

где Δ - ошибка в шагах зацепления.

C - коэффициент; значения приводятся в справочниках.

В проектном расчете рекомендуется задаваться

$$K_{HV} = K_{FV} = K_V = 1{,}1 \ldots 1{,}3.$$

Значениями Δ_{max} и Δ_{min} - удобно задаваться в форме коэффициента вариации $\nu_\Delta \approx 0{,}25$,а коэффициент вариации коэффициента динамичности определять из формулы

$$\nu_V = \frac{\bar{K}_V - 1}{2\bar{K}_V}\nu_\Delta. \qquad (2.26)$$

Концентрация нагрузки по длине зуба является следствием упругих деформаций зубьев и погрешностей изготовления. Величины упругих деформаций считаются детерминированными ,а погрешности изготовления случайными величинами. Принято, что погрешностями изготовления определяется только 1/3 величины коэффициента концентрации K_β.Далее принято $K_{H\beta} = K_{F\beta} = K_\beta$.

Тогда средняя величина коэффициента концентрации

$$\bar{K}_\beta = \frac{K_{\beta,max} + K_{\beta,min}}{3.2}.$$

Среднее квадратичное отклонение этой величины

$$S_\beta = \frac{1}{3.6}\left(K_{\beta,max} - K_{\beta,min}\right).$$

K_β - принимают значения в зависимости от конструкции передачи и твердости зубьев:

- При консольном и несимметричном расположении колес относительно опор и при твердости хотя бы одного колеса $HB \leq 350$ $K_\beta = 1{,}1 \ldots 1{,}25$;
- то же при твердости обоих колес $HB > 350$ $K_\beta = 1{,}2 \ldots 1{,}4$.
- При симметричном расположении колес и твердости хотя бы одного колеса $HB \leq 350$ $K_\beta = 1{,}05 \ldots 1{,}1$;
- то же при $HB > 350$ $K_\beta = 1{,}1 \ldots 1{,}2$.

Большие значения - для широких колес, т.е. для колес, у которых отношение ширины шестерни к ее диаметру $\psi_d = в / d_1 > 1{,}1$.

Приведенные значения следует принять за средние,т.е как математичекие ожидания случайных величин. Поле рассеяния величин K_β можно принять пропорциональным полю рассеяния внешней нагрузки. На основании изложенного рекомендуют коэффициент вариации коэффициента K_β вычислять по формуле

$$\nu_\beta = \frac{\bar{K}_\beta - 1}{9\bar{K}_\beta}. \qquad (2.27)$$

Коэффициент распределения нагрузки между зубьями K_α вычисляется в предположении, что $K_{H\alpha} = K_{F\alpha} = K_\alpha$.При твердости колес $HB > 350$ и точности их изготовления, начиная с 5-ой и точнее $K_\alpha = 1$.

Для более грубо изготовленных передач

$$K_\alpha = 1 + K_{\alpha 1}.K_{\alpha 2}\left(n_{ct} - 5\right) \leq \varepsilon,$$

где $K_{\alpha 1} = 0{,}06$ - для прямозубых передач и $K_{\alpha 1} = 0{,}15$ - для косозубых передач;

$K_{\alpha 2} = 1$ при твердости зубьев $HB > 350$;

$K_{\alpha 2} = 1{,}5 \ldots 2$ - при твердости зубьев $HB \leq 350$;

ε - коэффициент перекрытия.

Указанные значения K_α принимают за математическое ожидание случайной величины, т.е. $K_\alpha = \bar{K}_\alpha$, а среднее квадратичное отклонение этой случайной величины

$$S_\alpha = \frac{\bar{K}_\alpha - 1}{3}$$

и коэффициент вариации

$$\nu_\alpha = \frac{\bar{K}_\alpha - 1}{3\bar{K}_\alpha}. \qquad (2.28)$$

Составляющие общего коэффициента вариации внешней нагрузки, как независимые случайные величины, вычисляют из выражения

$$\nu_K = \sqrt{\nu_A^2 + \nu_V^2 + \nu_\beta^2 + \nu_\alpha^2}. \qquad (2.29)$$

Для вычисления коэффициента вариации внешней нагрузки ν_A необходимо пределы изменения внешней нагрузки,

$$\nu_A = \frac{S_A}{\tilde{T}}. \qquad (2.30)$$

где S_A - среднее квадратичное отклонение внешней нагрузки,

$$S_A = \frac{1}{6}(T_{max} - T_{min}).$$

$\tilde{T} = 0,5(T_{max} + T_{min})$ - среднее значение внешней нагрузки;

T_{max} и T_{min} - максимальное и минимальное значение внешней нагрузки.

За предельные напряжения σ_{lim} в данном расчете принимают пределы выносливости при изгибных $\sigma_{F,lim}$ и контактных $\sigma_{H,lim}$ напряжениях. Соответствующие коэффициенты вариации этих пределов выносливости принимают значения:

- для колес с HB $\leq$ 350 $\nu_{F,lim}$ =0,08…0,10;
- для колес с HB > 350 $\nu_{F,lim}$ =0,10…0,14.

Можно принять $\nu_{H,lim}$ = (0,9…0,8) $\nu_{F,lim}$

При необходимости вычисления коэффициента вариации действующего напряжения ν_c при расчете на изгиб $\nu_\sigma = \nu_K$,а при расчете на контактную прочность ν_σ =0,5 ν_K .

2. 5. ПРИМЕР РАСЧЕТА ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ.

Рассчитать быстроходную ступень двухступенчатого редуктора (рис.П5.1) при следующих данных.

Максимальный вращающий момент на тихоходном валу $T_{3,max} = 18,27.10^3$ Нм.

Передаточные числа:

- быстроходной ступени $U_1 = 4,5$;
- тихоходной ступени $U_2 = 3,5$.

Зубчатые колеса из стали 40Х,закаленные до твердости рабочих поверхностей HR_C 45 ... 50.

Шероховатость рабочих поверхностей зубьев - по 7-му классу.

Степень точности - 7-ая.

Нагрузка нереверсивная, гистограмму нагрузки на тихоходном валу см. на рис. П5.2.

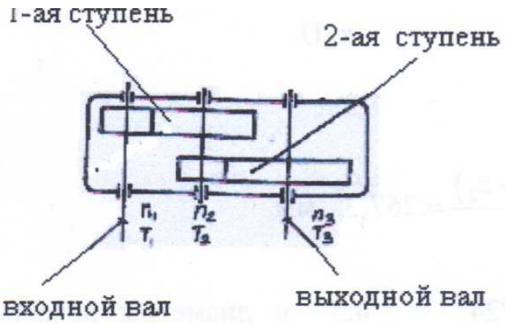


Рис.П5.1

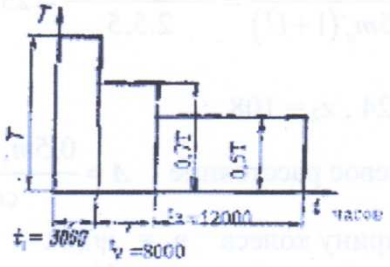


Рис.П5.2

1. Традиционный расчет

Расчетный момент на шестерне быстроходной ступени

$$T_1 = \frac{T_3}{U_1.U_2} = \frac{18,27.10^3}{15,75} = 1,16.10^3 \quad \text{Н.м.}$$

Эквивалентное число циклов нагружения шестерни рассчитываемой ступени при расчете на контактную прочность (см. гистограмму нагружения , рис.П5.2)

$$N_{HE,1} = 60n_1\left[t_1 + t_2\left(\frac{t_2}{t_1}\right)^3 + t_3\left(\frac{t_3}{t_2}\right)^3\right] = 60.968.10^3\left(3 + 8.0,7^3 + 12.0,5^3\right) = 4,2.10^8.$$

Эквивалентное число циклов нагружения колеса первой ступени

$$N_{HE,2} = \frac{N_{HE,1}}{U_1} = \frac{4,2.10^8}{4,5} = 9,3.10^7.$$

При заданных твердостях стали базовое число циклов нагружения при расчете на контактную прочность

$$N_{H0} = 6,75.10^7.$$

Определяем коэффициент долговечности при расчете на контактную прочность из выраженя

$$K_{HL} = \sqrt[6]{\frac{N_{H0}}{N_{HE}}} > 1.$$

Поскльку $N_{HE} > N_{H0}$, то для шестерни и для колеса $K_{HL} = 1$.

Допускаемое контактное напряжение вычисляем из выражения

$$[\sigma_H] = \frac{\sigma_{H0}}{S_H} K_{HL} = \frac{965}{1,2} = 804 \quad \text{МПа.}$$

где σ_{H0} - предел выносливости по контактным напряжениям. При заданной термической обработки колес

$$\sigma_{H0} = 17HRc + 200 = 17.45 + 200 = 965 \quad \text{МПа;}$$

-S_H - Запас прочности; при заданной термической обработке $S_H = 1,2$.

Принимаем рассчитываемую ступень косозубой с углом наклона зубьев $\beta = 9°$

Определяем межосевое расстояние передачи по формуле

$$A = 42,5(1+U)\sqrt[3]{\frac{T_1.K}{\psi_A U[\sigma_H]^2}} = 42,5.5,5\sqrt[3]{\frac{1,16.10^6.1,4}{0,4.4,5.0,8^2.10^6}} = 262 \quad \text{мм.}$$

где $K = K_{H\beta}.K_{HV}.K_{H\alpha}$; в проектном расчете принимаем $K = 1,4$

ψ_A - коэффициент ширины ; принимаем $\psi_A = 0,4$.

По эмпирической формуле $m_n = (0,01…0,02)A$ определяем модуль зацепления; принимаем $m_n = 4,0$ мм.

Вычисляем число зубьев шестерни z_1 и колеса z_2 :

$$z_1 = \frac{A\cos\beta}{0,5m_n(1+U)} = \frac{262.0,9877}{2.5,5} = 23,5; \qquad z_2 = z_1.U.$$

.

Принимаем $z_1 = 24$, $z_2 = 108$

Уточняем межосевое расстояние $A = \frac{0,5m_n(z_1+z_2)}{\cos\beta} = 267,3$ мм

и определяем ширину колеса в = ψ_A A

Фактическое передаточное число U = 108/24 = 4,5 и диаметры начальных окружностей колес $d_1 = \frac{m_n z_1}{\cos\beta} = 97,2$; $d_2 = 437,5$; $\psi_d = в / d_1 = 107 / 97 = 1,10$

Теперь уточняем значения коэффициентов:

$K_{H\beta} = 1,15$; $K_{HV} = 1,2$; $K_{H\alpha} = K_\alpha = 1 + K_{1\alpha} K_{2\alpha}(n_c - 5) = 1,3$.

и определяем фактически действующее контактное напряжение

$$\sigma_H = 485\cos\beta . Z_\varepsilon \sqrt{\frac{F_t}{в} K_{H\beta} K_{HV} K_{H\alpha} \frac{(1+U)}{d_1.U}} \le [\sigma_H];$$

где $F_t = \frac{2T_1}{d_1} = \frac{2.1,16.10^6}{97,2} = 2,387.10^4$ Н.

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon . K_\varepsilon}} \cong 0,8 \text{ при } \varepsilon \cong 1,6;$$

K_ε - коэффициент, учитывающий колебания суммарной длины контактных линий зубьев, K_ε =0,9…1,0.

В результате вычислений получаем σ_H = 871 МПа., то есть фактическое напряжение оказалось больше допустимого. Чтобы исправить это, вновь определено межосевое расстояние, которое теперь оказалось равным A=271 мм.

В соответствии с традиционной методикой расчета, далее следует определить модуль зацепления, размеры колес и выполнить проверочный расчет передачи на изгиб. Опустим эти расчеты, так как они не представляют затруднений, причем расчет передачи на изгиб всегда дает достаточный запас прочности.

В настоящем примере нас интересуют результаты вероятностного расчета в сравнении с традиционным расчетом.

2.Вероятностный расчет.

Случайными величинами считаем коэффициенты, входящие в формулу для определения межосевого расстояния , и предельное и фактическое напряжения. При этом внешняя нагрузка изменяется в пределах от T_{max} до T_{min} .

Вычисляем общий коэффициент вариации внешней нагрузки из выражения (**2.29**). Входящие в эту формулу величины :

ν_A вычисляется из выражения (**2.30**), в котором среднее значение внешней нагрузки $\tilde{T}$ определим , воспользовавшись гистограммой нагрузки (рис.П5-2)

$$\tilde{T} = \frac{T_{max}(3+0,7.8+0,5.12)}{23} = 0,63.T_{max}$$

$$T_{min} = 2.\tilde{T} - T_{max} = 2.0,63T_{max} - T_{max} = 0,26T_{max},$$

$$T_{max} = T = 1,16.10^6 \text{ Н}.$$

$$\nu_A = \frac{S_A}{\tilde{T}} = \frac{\frac{1}{6}(T_{max} - T_{min})}{\tilde{T}} = \frac{0,17.(1-0,26)}{0,63} = 0,2 .$$

ν_v вычисляется из выражения (**2.26**); приняв среднее значение коэффициента динамичности $\tilde{K}_v = 1,2$, получаем $\nu_v = 0,02$.

ν_β вычисляется из выражения (12.26); приняв среднее значение коэффициента концентрации нагрузки $\tilde{K}_\beta = 1,15$,получаем $\nu_\beta = 0,014$.

ν_α вычисляется из выражения (**2.28**); поскольку твердость зубьев $HRc > 350$ то $\tilde{K}_\alpha = 1$ и $\nu_\alpha = 0$.

Теперь $\nu_K = \sqrt{0,2^2 + 0,02^2 + 0,014^2} = 0,2$.

$\nu_\sigma = \dfrac{S_\sigma}{\tilde{\sigma}_H}$ - коэффициент вариации действующего напряжения,

где S_σ - среднее квадратичное отклонение внешнего напряжения;

$\tilde{\sigma}_H = 0,5(\sigma_{H,\max} + \sigma_{H,\min})$ - среднее значение внешнего напряжения;

$\sigma_{H,\max} = \sigma_H = 871$ МПа ;

$\sigma_{H,\min} = \sigma_H \sqrt{0,5}$.

$\tilde{\sigma}_H = 0,5.871(1 + 0,7) = 740$ МПа.

В соответствии с рекомендациями $\nu_\sigma = 0,5.\nu_K = 0,1$.

Тогда $S_\sigma = \nu_\sigma.\tilde{\sigma}_H = 0,1.740 = 74$.

Коэффициент вариации предельного контактного напряжения

- либо назначается в соответствии с рекомендациями $\nu_{H,\lim}$ = (0,9…0,8) $\nu_{F,\lim}$, где для колес с НВ > 350 $\nu_{F,\lim}$ =0,10…0,14. Тогда принимаем $\nu_{H,\lim} = 0,85.0,12 = 0,1$;

- либо вычисляется:

$$\nu_{H,\lim} = \frac{S_{H,\lim}}{\tilde{\sigma}_{H0}},$$

где $S_{H,\lim}$ - среднее квадратичное отклонение допускаемого контактного напряжения;

σ_{H0} - среднее значение допускаемого контактного напряжения.

$$\sigma_{H0} = 0,5(HRc_{\max} + HRc_{\min}).17 + 200 = 1000 \text{ МПа}$$

$$S_{H,\lim} = \frac{1}{6}(HRc_{\max} - HRc_{\min}).17 = 14,17 \text{ МПа}$$

$$\nu_{H,\lim} = \frac{S_{H,\lim}}{\tilde{\sigma}_{H0}} = 0,014.$$

Вычислим из формулы (**2.25**) квантиль нормального распределения по двум вариантам величины $\nu_{H,lim}$ в предположении, что запас прочности n = 1,2.

После вычислений получаем U1 = - **1,28** U2 = -1,97. Этим значениям квантилей соответствуют вероятности неразрушения (см. таблицу): P1 = 0,90 и P2 = 0,97. Будем считать P1 более достоверной, поскольку значение P2 идет в запас надежности.

Чтобы теперь сопоставить результаты традиционного и вероятностного расчетов, отметим ,что результат традиционного расчета предполагает 100% гарантию неразрушения, а вероятностный расчет выполненный с использованием тех же данных традиционного расчета дает только 90% .

Если бы мы выполняли вероятностный расчет на вероятность неразрушения 0,999, то из таблицы 2 имели бы квантиль U = -3,09. По формуле (**2.25**) вычислим действующее контактное напряжение при квантиле U = -3,09.

$$\tilde{\sigma}_H = [\sigma_{H0}] + US_{сум} = 762 \text{ Н}$$

где $S_{сум} = 77,1$ - вычисляется по формуле (**2.24**)

$[\tilde{\sigma}_{H0}] = 1000$ МПа

$$\sigma_{max} = 0,85.\tilde{\sigma}_H = 647 \text{ МПа}$$

Этому напряжению соответствует передача с межосевым расстоянием А = 325 мм, в то время как при вероятности Р1 =0,90 межосевое расстояние А = 271 мм.

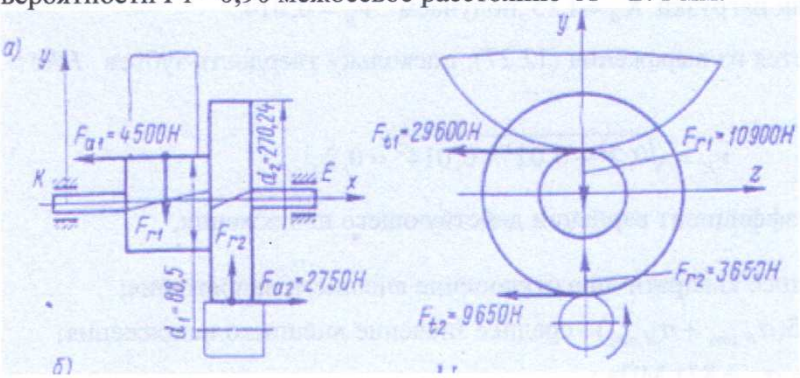


Рис. П6-1

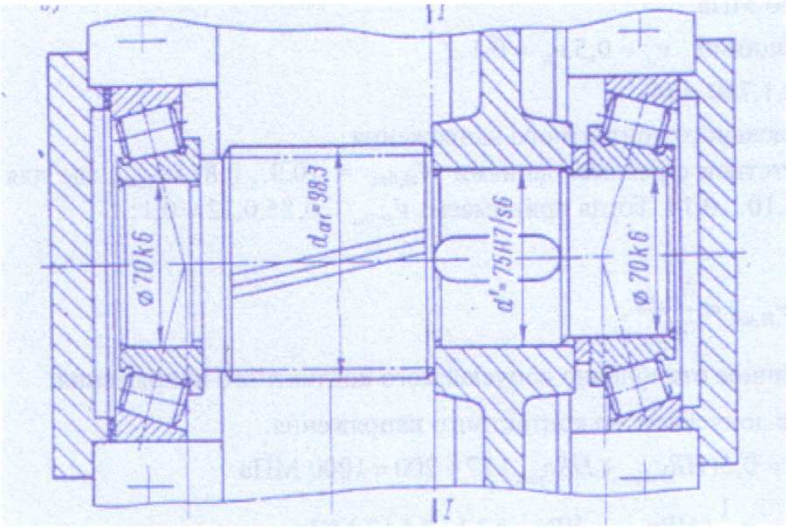


Рис.П6-2

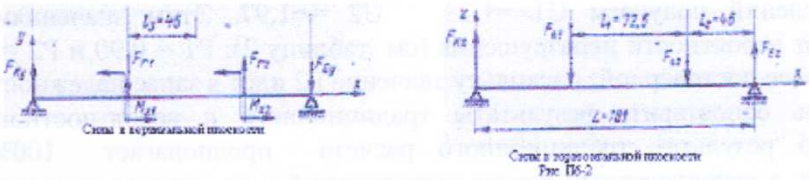


Схема в горизонтальной плоскости

Рис П6-2

ПРИМЕР РАСЧЕТА ВАЛА.

Выполнить расчет промежуточного вала двухступенчатого редуктора в сечении с диаметром 75 мм. Приведена конструкция вала и схема сил, действующих на вал, а также гистограмма его нагружения . Материал вала - сталь 40Х (σ_B = 800 МПа; σ_T = 600МПа; τ_T = 360 МПа.).

Шероховатость поверхности R_a = 0,80 ... 0,63.

Частота вращения вала n = 650 об / мин.

1 Традиционный расчет

Силы в зацеплении (рис.6.1):

$$F_{t2} = \frac{T2}{d_2} = \frac{1,31.10^6.2}{270} = 9700 \text{ Н};$$

$$F_{r2} = F_{t2} tg\alpha = 9700.0,364 = 3531 \text{ Н};$$

$$F_{a2} = F_{t2} tg\beta_2 = 9700.0277 = 2687 \text{ Н};$$

$$F_{t1} = \frac{T_1 2}{d_1} = 29600 \text{ Н}; \quad F_{r1} = F_{t1} tg\alpha = 10800 \text{ Н};$$

$$F_{a1} = F_{t1} tg\beta_1 = 4500 \text{ Н}.$$

Схема нагружения вала в ортогональных проекциях с приложенными силами представлена на рис. 6.3.

Реакции в опорах К и Е :

В вертикальной плоскости

$$F_{Ky} = \left[F_{r1}(l_1 + l_2) - F_{r2} l_2 + F_{a1} \frac{d_1}{2} + F_{a2} \frac{d_2}{2} \right] / L = 9360 \text{ Н};$$

$$F_{Ey} = \left[F_{r2}(L - l_2) - F_{r1}(L - l_1 - l_2) + F_{a1} \frac{d_1}{2} + F_{a2} \frac{d_2}{2} \right] / L = 2110 \text{ Н};$$

в горизонтальной плоскости

$$F_{Kz} = \left[F_{t1}(l_1 + l_2) + F_{t2} l_2 \right] / L = 21830 \text{ Н};$$

$$F_{Ez} = \left[F_{t1}(L - l_1 - l_2) + F_{t2}(L - l_2) \right] / L = 17420 \text{ Н}.$$

Изгибающие моменты в расчетном сечении:

в вертикальной плоскости

$$M_y = F_{Ky}(L - l_1 - l_2 + l_3) - F_{r1} l_3 - F_{a1} \frac{d_1}{2} = 3,16.10^5 \text{ Н.мм};$$

в горизонтальной плоскости

$$M_z = F_{Kz}(L - l_1 - l_2 + l_3) - F_{t1} l_3 = 10,15.10^5 \text{ Н.мм}$$

Суммарный изгибающий момент в расчетном сечении

$$M_{из} = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = 10,63.10^5 \text{ Н.мм}$$

Рассчитаем вал на статическую прочность .

$$\sigma_{экв} = \frac{\sqrt{M_{из}^2 + 0,75T^2}}{0,1d^3} = \frac{\sqrt{10,63.10^5 + 0,75.1,31.10^6}}{0,1.75^3} = 34,1 \text{ МПа}$$

Запас прочности относительно предела текучести

$$n = \frac{\sigma_T}{\sigma_{экв}} = \frac{600}{34,1} = 17,6 \text{ МПа}.$$

Рассчитываем вал на усталостную прочность.

Вычисляем действующие напряжения в расчетном сечении: нормальное амплитудное σ_a, касательное среднее τ_m и амплитудное τ_a.

Вычислим также нормальные и касательные напряжения при знакопеременном цикле σ_{-1} и τ_{-1} и при пульсирующем цикле нагружения σ_0 и τ_0.

$\sigma_m = 0;$ $\sigma_a = \frac{M_{из}}{W_{из}} = \frac{10,65.10^3}{0,1.75^3} = 27$ МПа;

$\tau_m = \tau_a = \frac{T}{2Wиз} = 8,3$ МПа;

$\sigma_{-1} = 0,43\sigma_B = 344$ МПа; $\sigma_0 = 1,6\sigma_{-1} = 550$ МПа;

$\tau_{-1} = 0,6\sigma_{-1} = 204$ МПа; $\tau_0 = 1,9\tau_{-1} = 388$ МПа.

Эквивалентное число циклов нагружения вычисляется по заданной гистограмме для n = 650 об / мин - см. пример 5

$N_E > N_0 = 4,0 . 10^6$,

поэтому коэффициент долговечности

$$K_{L\sigma} = K_{L\tau} = \sqrt[m]{\frac{N_0}{N_E}} = 1.$$

Определяем эффективные коэффициенты концентрации напряжений в галтели вала (рис6-2):

$K_\sigma = 2,5$; $K_\tau = 1,8$;

Коэффициенты влияния абсолютных размеров (рис.6-1) $\varepsilon_\sigma = \varepsilon_\tau = 0,65$;

Поскольку поверхностное упрочнение не применялось, то эффективные коэффициенты концентрации напряжений в детали

$$K_{\sigma D} = \frac{K_\sigma}{\varepsilon} + K_\sigma^n 1 = 3,95; \qquad K_{\tau D} = 2,87.$$

Значения K_σ и K_τ для шпоночной канавки во внимание не принимаются, т.к. они меньше, чем в галтели.

Значения K_σ и K_τ при прессовой посадке колеса на вал (p > 25 МПа)

$$\frac{K_\sigma}{\varepsilon} = \left(\frac{K_\sigma}{\varepsilon}\right)_0 (0,3 + 0,0014\sigma_B = 4,95);$$

$$\frac{K_\tau}{\varepsilon} = 0,4 + 0,6\left(\frac{K_\sigma}{\varepsilon} - 1\right) = 2,8.$$

В расчете учитываем только наибольшие из вычисленных значений K_σ и K_τ .

При $\sigma_0 = 0$

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{K_\sigma}{\varepsilon}\sigma_a} = \frac{344}{4,95.27} = 2,57;$$

приняв коэффициент чувствительности материала к асимметрии цикла $\psi_\tau = 0,2$ и при $\tau_a = \tau_m$

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{K_\tau}{\varepsilon}\tau_a + \psi_\tau\tau_m} = \frac{204}{2,8.8,3 + 0,2.8,3} = 8,2.$$

Общий запас прочности в расчетном сечении вала

$$n = \frac{n_\sigma . n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}} = 2,45.$$

Рекомендуемое значение запаса прочности [n] = 1,5 ... 2,1.

Расчет из условия 95% вероятности неразрушения.

Случайными величинами в настоящем расчете приняты:

- предел выносливости материала с коэффициентом вариации ν_1 предела выносливости точно изготовленной детали из материала одной плавки; определяется по рис. 6-4 и коэффициент вариации ν_2 , учитывающий межплавочное рассеяние пределов выносливости;

(см.описание особенностей вероятностного расчета валов);

- радиус галтели с коэффициентом вариации ν_3 ;
- амплитуду нагрузки с коэффициентом вариации ν_a .

Для вычисления коэффициента вариации ν_1 вычисляем предварительно величины

$$G = \frac{2,6}{\rho}(1+\psi) + \frac{1}{d} = \frac{2,6}{1,5}(1+0,068) + \frac{1}{75} = 1,86;$$

$$\psi = \frac{0,25}{\sqrt{0,5(D-d)+1}} = \frac{0,25}{\sqrt{0,5(100-75)+1}} = -,068;$$

$$\lg\frac{L}{G} = \lg\frac{\pi d}{G} = 2,1.$$

Теперь из рис.6-4 имеем $\nu_1 = 0,050$.

Используя рекомендации имеем $\nu_2 = 0,08$ и $\nu_3 = 0,02$.

Общий коэффициент вариации предела выносливости детали

$$\nu_{-1,D} = \frac{S_{-1,D}}{\bar{\sigma}_{-1,D}} = \sqrt{\nu_1^2 + \nu_2^2 + \nu_3^2} = 0,096.$$

Вычислим среднее значение предела выносливости детали , при этом вычисленный выше предел выносливости примем за его среднее значение

$$\bar{\sigma}_{-1,D} = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma D}} = \frac{344}{4,95} = 69,5 \quad \text{МПа}.$$

Теперь среднее квадратичное отклонение предела выносливости детали

$$S_{-1D} = \nu_{-1D}.\bar{\sigma}_{-1D} = 6,67 \quad \text{МПа}.$$

Для вычисления коэффициента вариации внешней нагрузки ν_a воспользуемся приведенной на рис.П5-2 гистограммы внешней нагрузки. В примере 5 эта гистограмма использована для определения среднего вращающего момента $\tilde{T} = 0,63T_{\max}$, минимального вращающего момента $T_{\min} = 0,26T_{\max}$ и максимального $T_{\max} = T$ его значения. Эти данные позволили вычислить коэффициент вариации внешней нагрузки

$$\nu_a = \frac{S_a}{\tilde{T}} = 0,2.$$

Теперь , воспользовавшись полученным в расчете на усталостную прочность запасом прочности n = 2,45 по формуле (**2.25**) вычислим соответствующий этому запасу прочности квантиль U_1 нормального распределения; имеем U_1 = - 4,53. Из таблицы 2 по этому квантилю определяем вероятность неразрушения $P_1 \approx 1$, что значительно больше требуемой по условию задачи вероятности неразрушения P_2 = 0,95. Квантиль, соответствующий вероятности P_2 U_2 =1,64.

Из формулы (**2.25**) нетрудно вычислить запас прочности n , соответствующий U_2 .

Оказывается n ≈ 1,4. этому запасу прочности относительно предела выносливости соответствует диаметр вала d = 52 мм.

Таким образом, в результате вероятностного расчета из условия 95 % вероятности неразрушения вала его диаметр можно уменьшить на 23 мм против указанного на чертеже.

2.7. ПРИМЕР РАСЧЕТА ПОДШИПНИКА СКОЛЬЖЕНИЯ.

Рассчитать подшипник скольжения из условия соблюдения жидкостного трения при следующих исходных данных:

- Частота вращения вала n = 750 об / мин; ω = 78,5 $с^{-1}$.
- Диаметр вала d = 120 мм с посадкой его длина под подшипником l = 130 мм.

- Радиальная нагрузка на подшипник $F_r = 4500$ Н.
- Температура масла в подшипнике - на более $t = 60$ °С.
- Смазка маслом турбинным-22, плотность $\gamma = 890$ кг / м^3.
- Способ обработки : получистовая, токарная.
- Высота неровностей по десяти точкам: вала - $R_{Z1} = 20\ \mu$km, отверстия - $R_{Z2} = 40\ \mu$km.

Традиционный расчет.

Расчет на граничное трение.

Удельное давление в подшипнике

$$p = \frac{F_r}{dl} = \frac{4,5.10^3}{120.130} = 0,288 \quad \text{МПа.}$$

Допускаемое значение [p] = 1 ...4 МПа.

Параметр pv = 0,288.0,5ωd = 1,36 $\frac{МПа.м}{с}$

допускаемое значение [pv] = 2 ...10. $\frac{МПа.м}{с}$

Расчет на жидкостное трение.

Выбираем посадку в сопряжении вал- вкладыш $\varnothing 120\frac{H10}{e9}$, которая дает размеры вала $\varnothing 120^{-0,072}_{-0,126}$, и отверстия $\varnothing 120^{0,140}$. Отсюда имеем максимально и минимально возможные зазоры в подшипнике

$\Delta_{max} = 0,126 + 0,140 = 0,266$; $\Delta_{min} = 0,072$.

Проверяем, соблюдается ли при этих зазорах условие жидкостного трения, которое записывается в виде

$$\Delta_{min} > [h], \qquad (П7\text{-}1)$$

где $[h] = 2(R_{Z1} + R_{Z2}) = 0,120$ мм. - допустимая высота неровностей

Из выражения (П7-1) следует , что условие жидкостного трения не соблюдается. Для того, чтобы это условие соблюдалось, следует повысить качество обработки поверхностей сопряженных деталей, чтобы уменьшилась допустимая высота неровностей $[h]$.

Определим грузоподъемность подшипника при максимальном зазоре Δ_{max} по зависимости

$$R_{min} = \frac{\mu\omega}{\psi^2_{max}} d.l.C_F, \qquad (П7\text{-}2)$$

где μ - динамическая вязкость, принимаем для назначенного масла и при заданной температуре μ =0,0134. 10^{-6} Па.с ;

$\omega = 78,5\ c^{-1}$ - угловая скорость вращения вала;

ψ_{max} -максимальный относительный зазор,

$$\psi_{max} = \frac{\Delta_{max}}{d} = \frac{0,266}{120} = 0,0022;$$

C_F - коэффициент,

$$C_F = \frac{m}{1-\chi} - m,$$

при отношении длины подшипника к его диаметру и относительном эксцентриситете $\chi = 0,6$, имеем $m = 0,85$ и получаем C_F =1,28;

вычисления по формуле (П7-2) дают $R_{min} - 2353$ Н, что меньше заданной силы F_r = 4500 Н.

Таким образом , и по этому критерию подшипник не работоспособен.

Вероятностный расчет из условия 90% надежности.

Определим максимальный и минимальный зазоры по формуле (12.15), которая в этом случае принимает вид

$$\Delta'_{max,min} = \overline{\Delta} \pm U.S_{\Delta},$$

где $\overline{\Delta} = 0{,}5(\Delta_{max} + \Delta_{min}) = 0{,}169$ – среднее значение зазора;

U = -1,28 – квантиль нормального распределения при 90% вероятности;

$S_{\Delta} = \frac{1}{6}(\Delta_{max} - \Delta_{min}) = 0{,}0323$. - среднее квадратичное отклонение.

Соответствующие вычисления дают

$$\Delta^1_{max} = 0{,}209 \text{ mm}$$

$$\Delta^1_{min} = 0{,}129 \text{ mm}$$

Из выражения (П7-1) при Δ^1_{min} имеем с 90% надежностью соблюдение условия жидкостного трения.

Вновь по формуле (П7-2) определим грузоподъемность подшипника при 90% надежности, т.е. при $\psi_{max} = \frac{\Delta^1_{max}}{d} = 0{,}00174$, получаем $R_{min} = 7119$ Н.

Таким образом, и по этому параметру с 90% надежностью подшипник пригоден, в то время как традиционный расчет дал результат о неработоспособности подшиника.

Итак, на семи примерах расчета деталей машин показано, что вероятностный метод расчета в сравнении с традиционным позволяет экономить материал и снижать трудоемкость. В то же время следует признать, что здесь приведены только примеры расчета, они не подтверждены опытом эксплуатации, поэтому достоверность этих расчетов следует считать не достаточной. Можно только утверждать, что работы по уточнению и совершенствованию вероятностных расчетов необходимо развивать.